PAPPI ALEXANDRINI

COLLECTIONIS

QUAE SUPERSUNT

E LIBRIS MANU SCRIPTIS EDIDIT

LATINA INTERPRETATIONE ET COMMENTARIIS

INSTRUXIT

FRIDERICUS HULTSCH.

VOLUMEN I.

INSUNT LIBRORUM II III IV V RELIQUIAE.

BEROLINI

APUD WEIDMANNOS

MDCCCLXXVI.

λόγον ἔχει ἤπερ ὁ αὐτὸς τομεὺς πρὸς τὸν ΑΒΗ τομέα· μείζων ἄρα ὁ ΑΒΗ τομεὺς τοῦ ΔΚΕ τριγράμμου. καὶ τὰ διπλάσια· μεῖζον ἄρα τὸ ΑΒΓ ἡμικύκλιον τοῦ ΔΕΖ τμήματος.

32 *ιη'. Ἔστω δὴ πάλιν τὸ ΔΕΖ τμῆμα μεῖζον ἡμικυκλίου· λέγω ὅτι καὶ οὕτως μεῖζόν ἐστι τὸ ἡμικύκλιον.*

Κατεσκευάσθω γὰρ τὰ αὐτά. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ ΛΘΕ τομεὺς πρὸς τὸν ΔΘΕ, οὕτως ὁ ΔΘΕ τομεὺς πρὸς τὸν ΑΗΒ (ἴσαι γὰρ αἱ ΑΒ ΔΕ περιφέρειαι). καὶ ἐπεὶ διὰ τὸ πρὸ δύο λῆμμα μείζονα λόγον ἔχει ὁ ΔΘΕ τομεὺς πρὸς τὸ ΔΚΕ τρίγραμμον ἤπερ ὀρθὴ γωνία, τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΛΘΕ, πρὸς τὴν ὑπὸ ΔΘΕ, τουτέστιν ἤπερ ὁ ΛΘΕ τομεὺς πρὸς τὸν ΔΘΕ, τουτέστιν ἤπερ ὁ ΔΘΕ τομεὺς πρὸς τὸν ΑΒΗ, ἔσται μείζων ὁ ΑΗΒ τομεὺς τοῦ ΔΕΚ τριγράμμου. καὶ τὰ διπλάσια· μεῖζον ἄρα τὸ ΑΒΓ ἡμικύκλιον τοῦ ΔΕΖ τμήματος· πάντων ἄρα τῶν ἴσας ἐχόντων τὰς περιφερείας κυκλικῶν τμημάτων μέγιστόν ἐστιν τὸ ἡμικύκλιον.

Περὶ τῶν στερεῶν.

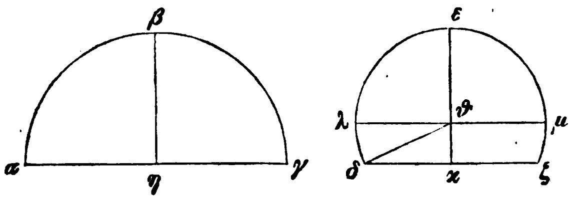
33 *ιθ'. Τὸν πρῶτον καὶ δημιουργὸν τῶν πάντων θεὸν οἱ φιλόσοφοί φασιν εἰκότως τῷ κόσμῳ σχῆμα περιθεῖναι σφαιρικὸν ἐκλεξάμενον τῶν ὄντων τὸ κάλλιστον, τά τε προσόντα τῇ σφαίρᾳ φυσικὰ συμπτώματα λέγοντες ἔτι καὶ τοῦτο προστιθέασιν ὅτι πάντων τῶν στερεῶν σχημάτων τῶν ἴσην ἐχόντων τὴν ἐπιφάνειαν μεγίστη ἐστὶν ἡ σφαῖρα. τἆλλα μὲν οὖν ὅσα προσεῖναι λέγουσιν αὐτῇ πρόδηλά τέ ἐστιν καὶ παραμυθίας ἐλάσσονος δεῖται, τὸ δ' ὅτι μείζων ἐστὶ τῶν ἄλλων σχημάτων οὐθ' οἱ φιλόσοφοι δεικνύουσιν, ἀλλ' ἀποφαίνονται μόνον, οὔτε παραμυθήσασθαι ῥᾴδιον ἄνευ θεωρίας πλείονος. φέρ' οὖν, ὥσπερ ἐν τοῖς πρόσθεν*

---

5. $\overline{IH}$ A[1] in marg. (BS) 10. *πρὸ δύο Hu, β́ A, δεύτερον* BS 15. *μείζονα ἄρα* A, corr. BS 16. *τοῦ* $\overline{ΔΕ}$ AB, corr. S 19. *περὶ στερεων* add. A[3] in marg. (BS) 20. $\overline{IΘ}$ A[1] in marg. (BS) 22. 23. *τὰ δὲ προσόντα* coni. *Hu* 24. *σχημάτων* om. *Ei* 26. *τἆλλα Hu* pro *τὰ ἄλλα*

sect. $\delta\vartheta\varepsilon$: trilin. $\delta\varepsilon\varkappa$ > sect. $\delta\vartheta\varepsilon$: sect. $\alpha\eta\beta$; itaque
sect. $\alpha\eta\beta$ > trilin. $\delta\varepsilon\varkappa$. Itemque dupla; ergo
semicirc. $\alpha\beta\gamma$ > segment. $\delta\varepsilon\zeta$.

XVIII. Iam rursus segmentum $\delta\varepsilon\zeta$ maius sit semicirculo; dico sic etiam semicirculum eo segmento maiorem esse.



Construantur enim eadem; similiter igitur demonstrabimus esse ut sectorem $\lambda\vartheta\varepsilon$ ad $\delta\vartheta\varepsilon$, ita sectorem $\delta\vartheta\varepsilon$ ad $\alpha\eta\beta$ (aequales enim sunt circumferentiae $\alpha\beta$ $\delta\varepsilon$). Et quia propter superius lemma XVI est

sect. $\delta\vartheta\varepsilon$: trilin. $\delta\varepsilon\varkappa$ > $\angle$ rectus : $\angle$ $\delta\vartheta\varepsilon$, id est
> $\angle$ $\lambda\vartheta\varepsilon$: $\angle$ $\delta\vartheta\varepsilon$, id est
> sect. $\lambda\vartheta\varepsilon$: sect. $\delta\vartheta\varepsilon$, id est
> sect. $\delta\vartheta\varepsilon$: sect. $\alpha\eta\beta$, erit

sect. $\alpha\eta\beta$ > trilin. $\delta\varepsilon\varkappa$. Et item dupla; ergo
semicirc. $\alpha\beta\gamma$ > segment. $\delta\varepsilon\zeta$.

Ergo omnium circuli segmentorum quae aequales circumferentias habent maximus est semicirculus.

LIBRI QUINTI PARS SECUNDA.

In Archimedis solidorum doctrinam.

XIX. Primum et effectorem omnium deum sphaericam figuram mundo recte tribuisse, quoniam omnium pulcherrimam elegerit, philosophi docent, qui cum sphaerae naturalia symptomata exponunt, hoc quoque addunt, omnium solidarum figurarum aequalem superficiem habentium sphaeram esse maximam. Iam alia quidem quae ei tribuuntur tam perspicua sunt, ut vix ulla comprobatione indigeant, hoc autem, maiorem esse *sphaeram* reliquis figuris *solidis*, neque demonstratur a philosophis (qui id affirmant tantummodo) nec nisi longiore quaestione facile comprobatur. Age igitur,

εὕρομεν τὸν κύκλον μέγιστον ὄντα τῶν ἴσην ἐχόντων αὐτῷ τὴν περίμετρον τεταγμένων πολυγώνων σχημάτων, καὶ νῦν τὴν σφαῖραν κατὰ τὸ ἀκόλουθον ἀποδεῖξαι πειραθῶμεν μεγίστην οὖσαν τῶν ἴσην ἐπιφάνειαν ἐχόντων αὐτῇ τεταγ-
34 *μένων στερεῶν σχημάτων. πρότερον δὲ περὶ τῶν στερεῶν αὐτῶν, πρὸς ἃ δεῖ συγκρίνειν τὴν σφαῖραν, ὀλίγα προδιαληψόμεθα· πολλὰ γὰρ ἐπινοῆσαι δυνατὸν στερεὰ σχήματα παντοίας ἐπιφανείας ἔχοντα, μᾶλλον δ' ἄν τις ἀξιώσειε λόγου τὰ τετάχθαι δοκοῦντα [καὶ τούτων πολὺ πλέον τούς τε κώνους καὶ κυλίνδρους καὶ τὰ καλούμενα πολύεδρα]. ταῦτα δ' ἐστὶν οὐ μόνον τὰ παρὰ τῷ θειοτάτῳ Πλάτωνι πέντε σχήματα, τουτέστιν τετράεδρόν τε καὶ ἑξάεδρον, ὀκτάεδρόν τε καὶ δωδεκάεδρον, πέμπτον δ' εἰκοσάεδρον, ἀλλὰ καὶ τὰ ὑπὸ Ἀρχιμήδους εὑρεθέντα τρισκαίδεκα τὸν ἀριθμὸν ὑπὸ ἰσοπλεύρων μὲν καὶ ἰσογωνίων οὐχ ὁμοίων δὲ πολυγώνων περιεχόμενα.*

τὸ μὲν γὰρ πρῶτον ὀκτάεδρόν ἐστιν περιεχόμενον ὑπὸ τριγώνων δ' καὶ ἑξαγώνων δ'.

τρία δὲ μετὰ τοῦτο τεσσαρεσκαιδεκάεδρα, ὧν τὸ μὲν πρῶτον περιέχεται τριγώνοις η' καὶ τετραγώνοις ς', τὸ δὲ δεύτερον τετραγώνοις ς' καὶ ἑξαγώνοις η', τὸ δὲ τρίτον τριγώνοις η' καὶ ὀκταγώνοις ς'.

μετὰ δὲ ταῦτα ἑκκαιεικοσάεδρά ἐστιν δύο, ὧν τὸ μὲν πρῶτον περιέχεται τριγώνοις η' καὶ τετραγώνοις ιη', τὸ δὲ δεύτερον τετραγώνοις ιβ', ἑξαγώνοις η' καὶ ὀκταγώνοις ς'.

μετὰ δὲ ταῦτα δυοκαιτριακοντάεδρά ἐστιν τρία, ὧν τὸ μὲν πρῶτον περιέχεται τριγώνοις κ' καὶ πενταγώνοις ιβ',

---

1. *εὕρομεν* A[2] ex *εὕρωμεν* 5. *στερεῶν* alterum om. S *Ei* 8. *μᾶλλον ἂν*, deleto *δ'*, vel *μᾶλλόν γ' ἂν* coni. *Hu* 9. *λόγον* S *Ei* *τὰ* add. *Hu* auctore *Co* 9. 10. *καὶ τούτων — πολύεδρα* interpolatori tribuit *Hu* 18. *τριγώνων* $\overline{\Delta}$ A, *τριγώνων τεσσάρων* B, *τεσσάρων τριγώνων* S *Ei* *δ'* alterum] $\overline{\Delta}$ A (ac similiter posthac, lineolâ super numerorum notas ductâ), *τεσσάρων* BS (ac similiter posthac B saepius, S fere constanter pro notis numeralibus) 19. *τρία* S, *δύο* AB 20. *τετραγώνοις* *Ei* pro *ὀκταγώνοις* 22. *ὀκταγώνοις* *Ei* pro *τετραγώνοις* 23. *ς καιεικοσαεδρα* (sine acc.) A, *ἓξ καὶ εἰκοσάεδρά* B, *ἑξκαιεικοσάεδρά* S *Ei*, corr. *Hu* 25. *δεύτερον* BS, *β'* A, item p. 354, 1 26. *δύο καὶ τριακον-*

quemadmodum in superioribus invenimus circulum maximum esse polygonorum regularium, quae aequalem ipsi perimetrum habent, nunc simili ratione demonstrare conemur sphaeram maximam esse ordinatarum figurarum solidarum, quae aequalem ipsi superficiem habent. Sed prius de solidis ipsis, cum quibus sphaera comparanda est, paucis disseramus. Etenim cum multae figurae solidae, quae varias superficies habeant, cogitatione fingi possint, inprimis tamen respiciendae sunt eae quae ordinatae esse videntur. Quo ex genere non solum quinque sunt figurae, de quibus Plato ille divinus exposuit [1]), tetraedrum dico et hexaedrum, octaedrum et dodecaedrum, denique icosaedrum, sed etiam tredecim illae ab Archimede inventae, quas aequilatera et aequiangula, nec tamen similia polygona complectuntur [2]), quorum

(1) primum est polyedrum 8 basium (ὀκτάεδρον), quod 4 triangulis et 4 hexagonis continetur;

tum tria polyedra 14 basium (τεσσαρεσκαιδεκάεδρα), quorum

(2) primum 8 triangulis et 6 quadratis,
(3) secundum 6 quadratis et 8 hexagonis,
(4) tertium 8 triangulis et 6 octagonis continetur;

tum duo polyedra 26 basium (ἑκκαιεικοσάεδρα), quorum
(5) prius 8 triangulis et 18 quadratis,
(6) alterum 12 quadratis, 8 hexagonis, 6 octagonis continetur;

tum tria 32 basium (δυοκαιτριακοντάεδρα), quorum
(7) primum 20 triangulis et 12 pentagonis,

1) Tim. p. 54 sq., de anima mundi p. 98, Euclid. elem. 13, 13—18.

2) Qua ratione Archimedes haec polyedra invenerit eorumque numerum definiverit, apparet ex iis quae Ioannes Kepplerus in Harmonice mundi (Lincii Austriae 1619) p. 62—65 acutissime demonstrat. Conf. etiam Baltzer, *Elemente der Mathematik* II, 5 § 7, 6.

τάεδρα A, *δύο καὶ τριακοντάεδρά* BS, coniunx. Paris. 2368 (vel Waitzius in describendo codice) 27. *πενταγώνοις Hu* pro *δεκαγώνοις* (conf. infra cap. 36, ubi ex numero solidorum angulorum manifesto apparet hanc veram esse scripturam) *τὸ δὲ δεύτερον πενταγώνοις ιβʹ καὶ ἑξαγώνοις κʹ, τὸ δὲ τρίτον τριγώνοις κʹ καὶ δεκαγώνοις ιβʹ.*

μετὰ δὲ ταῦτα ἕν ἐστιν ὀκτωκαιτριακοντάεδρον περιεχόμενον ὑπὸ τριγώνων λβʹ καὶ τετραγώνων ϛʹ.

μετὰ δὲ τοῦτο δυοκαιεξηκοντάεδρά ἐστι δύο, ὧν τὸ μὲν πρῶτον περιέχεται τριγώνοις κʹ καὶ τετραγώνοις λʹ καὶ πενταγώνοις ιβʹ, τὸ δὲ δεύτερον τετραγώνοις λʹ καὶ ἑξαγώνοις κʹ καὶ δεκαγώνοις ιβʹ.

μετὰ δὲ ταῦτα τελευταῖόν ἐστιν δυοκαιενενηκοντάεδρον, ὃ περιέχεται τριγώνοις πʹ καὶ πενταγώνοις ιβʹ.

35 *Ὅσας δὲ γωνίας ἕκαστον ἔχει στερεὰς τῶν ιγʹ τούτων σχημάτων πολυέδρων καὶ ὅσας πλευράς, διὰ τοῦδε τοῦ τρόπου θεωρεῖται· ὅσων μὲν γὰρ ἁπλῶς πολυέδρων αἱ στερεαὶ γωνίαι τρισὶν ἐπιπέδοις περιέχονται γωνίαις, ἐξαριθμηθεισῶν τῶν ἐπιπέδων γωνιῶν ἃς ἔχουσιν πᾶσαι αἱ ἕδραι τοῦ πολυέδρου, δῆλον ὡς ὁ τῶν στερεῶν γωνιῶν ἀριθμὸς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ, ὅσων δὲ πολυέδρων ἡ στερεὰ γωνία περιέχεται τέσσαρσιν ἐπιπέδοις, ἐξαριθμηθεισῶν πασῶν τῶν ἐπιπέδων γωνιῶν ἃς ἔχουσιν αἱ ἕδραι τοῦ πολυέδρου, τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ τὸ τέταρτον μέρος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς ὁ τῶν στερεῶν γωνιῶν τοῦ πολυέδρου. ὁμοίως δὲ καὶ ὅσων πολυέδρων ἡ στερεὰ γωνία περιέχεται ὑπὸ εʹ γωνιῶν ἐπιπέδων,* τὸ *πέμπτον τοῦ πλήθους τῶν ἐπιπέδων γωνιῶν ἐστιν ὁ ἀριθμὸς τοῦ πλήθους τῶν στερεῶν γωνιῶν.*

36 *Τῶν δὲ πλευρῶν τὸ πλῆθος ἃς ἕκαστον ἔχει τῶν πολυέδρων τόνδε* τὸν *τρόπον εὑρήσομεν. ἐξαριθμηθεισῶν γὰρ πασῶν τῶν πλευρῶν ἃς ἔχει τὰ ἐπίπεδα τὰ περιέχοντα τὸ*

---

2. *τρίτον* BS, *Γʹ* A *δεκαγώνοις Hu, πενταγώνοις Ei* pro *τετραγώνοις* 3. *μεταταῦτα* A(S), *δὲ* add. B[1], sed alia manus id rursus delevit 5. *δύο καὶ ἑξηκονταεδρα* A, *δύο καὶ ἑξηκοντάεδρά* B, coniunx. S 9. *δύο καὶ ενενηκοντάεδρον* A(B), *δυοκαιεννενηκοντάεδρον* S *Ei* 11. $\overline{\mathit{I\Gamma}}$ A, *δεκατριῶν* BS, item p. 356, 5 14. *γωνίαις* pro *γωνιῶν* scripsit et 15. *ἃς* add. *Ei* auctore *Co* 17. *τρίτον* BS, *Γ̂* A 19. *ἃς* add. *Ei* auctore *Co* 23. *τὸ πέμπτον Ei* auctore *Co*, $\bar{\varepsilon}$ AS, *πέντε* B 27. *τὸν* add. B[1]

(8) secundum 12 pentagonis et 20 hexagonis,

(9) tertium 20 triangulis et 12 decagonis continetur;

(10) tum unum 38 basium (ὀκτωκαιτριακοντάεδρον), quod 32 triangulis et 6 quadratis continetur;

tum duo 62 basium (δυοκαιεξηκοντάεδρα), quorum

(11) prius 20 triangulis, 30 quadratis, 12 pentagonis,

(12) alterum 30 quadratis, 20 hexagonis, 12 decagonis continetur;

(13) postremo unum 92 basium (δυοκαιενενηκοντάεδρον), quod 80 triangulis et 12 pentagonis continetur.

Quot autem angulos unumquodque horum tredecim polyedrorum, et quot latera habeat, hac ratione perspicitur. Quorum enim, ne multa, polyedrorum solidi anguli ternis planis constant, enumeratis angulis planis quos habent cunctae polyedri bases, manifesto numeri sic effecti tertia pars est numerus solidorum angulorum; quorum autem polyedrorum solidus angulus quattuor planis constat, enumeratis cunctis planis angulis quos habent bases polyedri, numeri effecti quarta pars est numerus solidorum polyedri angulorum; denique quorum polyedrorum solidus angulus quinque planis constat, similiter quinta pars numeri planorum angulorum est numerus angulorum solidorum[3].

Quot autem latera unumquodque polyedrum habeat, hoc modo inveniemus. Enumeratis enim cunctis lateribus quae sunt planorum polyedrum complectentium, numerus eorum

3) Haec sine dubio Graecus scriptor ita composuit, ut vel discipulos qui ea audirent vel lectores huius collectionis polyedrorum exempla sive solida sive in plano descripta ante oculos vellet habere; quare, etsi verba quae supra leguntur per se obscuriora videantur, nulla tamen difficultas restat, dummodo nos quoque figuras adhibeamus. Ergo, ut apparatu qui est apud Kepplerum utar, polyedrum huius Latinae versionis primum (1) habet angulos solidos ex 8 planis angulis constantes (fig. 2 Keppl.), secundum ex 4 (fig. 8), tertium ex 3 (fig. 5), quartum ex 3 (fig. 1), quintum ex 4 (fig. 10), sextum ex 3 (fig. 6), septimum ex 4 (fig. 9), octavum ex 3 (fig. 4), nonum ex 3 (fig. 3), decimum ex 5 (fig. 12), undecimum ex 4 (fig. 11), duodecimum ex 3 (fig. 7), tertiumdecimum ex 5 (fig. 13).

πολύεδρον, ὁ ἀριθμὸς αὐτῶν δῆλον ὡς ἴσος ἐστὶν τῷ πλήθει τῶν ἐπιπέδων γωνιῶν. ἀλλ' ἐπειδὴ δύο ἐπιπέδων ἑκάστη τῶν πλευρῶν αὐτοῦ κοινή ἐστιν, δῆλον ὅτι τοῦ πλήθους τὸ ἥμισυ αἱ πλευραί εἰσι τοῦ πολυέδρου.

τὸ μὲν οὖν πρῶτον τῶν ἀνομοιογενῶν ιγ' πολυέδρων ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις δ' καὶ ἑξαγώνοις δ', γωνίας μὲν ἔχει στερεὰς ιβ', πλευρὰς δὲ ιη'· τῶν μὲν γὰρ τεσσάρων τριγώνων αἵ τε γωνίαι ιβ' εἰσιν καὶ αἱ πλευραὶ ιβ', τῶν δὲ δ' ἑξαγώνων αἵ τε γωνίαι κδ' εἰσιν καὶ αἱ πλευραὶ κδ'· γενομένου δὴ τοῦ ἀριθμοῦ παντὸς λϛ' ἀναγκαῖόν ἐστιν τὸν μὲν τῶν στερεῶν γωνιῶν ἀριθμὸν τρίτον μέρος εἶναι τοῦ προειρημένου ἀριθμοῦ, ἐπεὶ καὶ ἑκάστη τῶν στερεῶν αὐτοῦ γωνιῶν ἐπιπέδοις γωνίαις περιέχεται γ', τὸ δὲ τῶν πλευρῶν πλῆθος τὸ ἥμισυ τοῦ ἀριθμοῦ, τουτέστιν τοῦ λϛ', ὥστε εἶναι πλευρὰς ιη'.

τῶν δὲ τετρακαιδεκαέδρων τὸ πρῶτον περιέχεται τριγώνοις η' καὶ τετραγώνοις ϛ', ὥστε ἔχειν στερεὰς μὲν γωνίας ιβ' (ἑκάστη γὰρ αὐτοῦ γωνία ὑπὸ τεσσάρων ἐπιπέδων γωνιῶν περιέχεται), πλευρὰς δὲ [ἔχει] κδ'. τὸ δὲ δεύτερον τῶν τετρακαιδεκαέδρων, ἐπεὶ περιέχεται τετραγώνοις ϛ' καὶ ἑξαγώνοις η', ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας κδ' (ἑκάστη γὰρ τῶν γωνιῶν αὐτοῦ περιέχεται ὑπὸ γ' γωνιῶν ἐπιπέδων), πλευρὰς δὲ [ἔχει] λϛ'. τὸ δὲ τρίτον τῶν τετρακαιδεκαέδρων, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις η' καὶ ὀκταγώνοις ϛ', ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας κδ', πλευρὰς δὲ λϛ'.

τῶν δὲ ἑκκαιεικοσαέδρων τὸ μὲν πρῶτον, ἐπεὶ *περιέχεται τριγώνοις τε η' καὶ τετραγώνοις ιη', ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας κδ', πλευρὰς δὲ μη'. τὸ δὲ δεύτερον τῶν ἑκκαιεικοσαέδρων, ἐπεὶ περιέχεται τετραγώνοις ιβ' καὶ ἑξαγώνοις η' καὶ ὀκταγώνοις ϛ', ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας μη', πλευρὰς δὲ οβ'.*

τῶν δὲ δυοκαιτριακονταέδρων τὸ μὲν πρῶτον, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις τε κ' καὶ πενταγώνοις ιβ', ἕξει στε-

---

9. *τε* post *γωνίαι* repetit A 10. *τὸν* (post *ἐστιν*) A[1] ex *τῶν* 11. *τρίτον* BS, *Γ'* A 12. *αὐτοῦ* AB[3]S, om. B[1] 14. *ἥμισυ* BS,

laterum manifesto aequalis est summae planorum angulorum; sed quia singula polyedri latera binorum *angulorum* planorum communia sunt, numerum laterum dimidium numeri *angulorum* esse apparet. Ergo tredecim polyedrorum quorum dissimiles sunt bases

(1) primum, quia triangulis 4 et hexagonis 4 continetur, angulos habet solidos 12, latera 18; nam quattuor triangulorum sunt anguli 12 et latera 12, tum quattuor hexagonorum anguli 24 et latera 24; itaque cum *et angulorum et laterum* prodeat summa 36, necessario eius numeri tertia pars est numerus angulorum solidorum (quoniam eius *polyedri* anguli solidi ternis planis constant), dimidium autem eiusdem numeri est laterum numerus, scilicet 18; tum

(2) primum polyedrum 14 basium, triangulis 8 et quadratis 6 continetur, quapropter solidos angulos 12 (nam unusquisque polyedri angulus quattuor planis angulis constat), latera 24 habet,

(3) secundum polyedrum 14 basium, quia quadratis 6 et hexagonis 8 continetur, solidos habet angulos 24 (nam unusquisque polyedri angulus tribus planis angulis constat), latera 36,

(4) tertium polyedrum 14 basium, quia triangulis 8 et octagonis 6 continetur, solidos habet angulos 24, latera 36; tum

(5) prius polyedrum 26 basium, quia triangulis 8 et quadratis 18 continetur, solidos habet angulos 24, latera 48,

(6) alterum polyedrum 26 basium, quia quadratis 12 et hexagonis 8 et octagonis 6 continetur, solidos habet angulos 48, latera 72; tum

(7) primum polyedrum 32 basium, quia triangulis 20

L′ A 16. *τεσσαρεσκαιδεκαέδρων* coni. *Hu*, item vs. 20 et 23 *πρῶτον* S, $\bar{\alpha}$ AB 17. *μὲν* om. *Ei* 19. *ἔχει* del. *Hu*, item vs. 23 *δεύτερον* BS, $\hat{\beta}$ A, item vs. 28 23. *τὸ δὲ τρίτον* — 25. *λς′* add. *Ei* (nisi quod om. *τῶν τετρακαιδεκαέδρων*) 26. *ἑξκαιεικοσαέδρων* A(B)S, corr. *Hu*, item vs. 29 *ἐπεὶ* add. *Hu* auctore *Co* 27. *τε* om. S *Ei* 33. *τε και* $\bar{\kappa}$ A, sed *καὶ* del. prima m. *πενταγώνοις* AB, *δεκαγώνοις* S *Ei* *ἕξεις* A, corr. BS *ρεὰς μὲν γωνίας λʹ, πλευρὰς δὲ ξʹ. τὸ δὲ δεύτερον τῶν δυοκαιτριακονταέδρων, ἐπεὶ περιέχεται πενταγώνοις ιβʹ καὶ ἑξαγώνοις κʹ, ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας ξʹ, πλευρὰς δὲ Ϟʹ. τὸ δὲ τρίτον τῶν δυοκαιτριακονταέδρων, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις τε κʹ καὶ δεκαγώνοις ιβʹ, ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας ξʹ, πλευρὰς δὲ Ϟʹ.*

τὸ δὲ ὀκτωκαιτριακοντάεδρον, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις τε λβʹ καὶ τετραγώνοις ἕξ, ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας κδʹ, πλευρὰς δὲ ξʹ.

τῶν δὲ δυοκαιεξηκονταέδρων τὸ μὲν πρῶτον, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις τε κʹ καὶ τετραγώνοις λʹ καὶ πενταγώνοις ιβʹ, ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας ξʹ, πλευρὰς δὲ ρκʹ. τὸ δὲ λοιπὸν τῶν δυοκαιεξηκονταέδρων, ἐπεὶ περιέχεται τετραγώνοις λʹ καὶ ἑξαγώνοις κʹ καὶ δεκαγώνοις ιβʹ, ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας ρκʹ, πλευρὰς δὲ ρπʹ.

τὸ δὲ δυοκαιενενηκοντάεδρον, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις τε πʹ καὶ πενταγώνοις ιβʹ, ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας ξʹ, πλευρὰς δὲ ρνʹ.

37 *Ταῦτα μὲν οὖν τὰ ιγʹ σχήματα [ἤτοι ἀνομοιογώνια ὄντα ἢ] ὑπὸ ἀνίσων καὶ ἀνομοίων πολυγώνων περιεχόμενα διὰ τὸ ἀτακτότερον παρῃτήσθω τὸ νῦν, τὰ δὲ καλούμενα εʹ σχήματα τῇ σφαίρᾳ συγκρίνειν ἄξιον· ὑπὸ γὰρ ἴσων καὶ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα μόνα ταῦτα τὰς στερεὰς γωνίας ἴσας ἔχει, καὶ διὰ τοῦτ' εὔτακτα παρὰ τὰ λοιπὰ μᾶλλόν ἐστιν. ὅτι δὲ πλείω τῶν εʹ τούτων ἀδύνατόν ἐστιν εὑρεῖν ἄλλα σχήματα ἴσοις καὶ ὁμοίοις ἰσοπλεύροις πολυγώνοις περιλαμβανόμενα, καὶ ὑπὸ τοῦ Εὐκλείδου καὶ ὑπό τινων ἄλλων ἀποδέδεικται. συγκρίνωμεν οὖν αὐτὰ ταῦτα πρότερον τὰ πολύεδρα τῇ σφαίρᾳ.*

38 *Ἔστω γὰρ σφαῖρα μὲν ἐν ᾗ τὸ Α, ἓν δέ τι τῶν προειρημένων εʹ σχημάτων ἴσην ἔχον τὴν σύμπασαν ἐπι-*

1. *δεύτερον* BS, $\hat{\beta}$ A 3. *ἕξεις* AB, corr. S, item vs. 5. 8. 12. 14 4. *τρίτον* BS, $\hat{\Gamma}$ A *δύο καὶ τριακονταέδρων* AB, coniunx. S 5. *δεκαγώνοις* AB Ei, *τετραγώνοις* S 9. *κδʹ* Ei, $\overline{\mu}$ AB, *τεσσαράκοντα* S 10. *δυοκαὶ εξηκονταέδρων* A, *δύο καὶ ἑξ.* B, coniunx. Paris. 2368

et pentagonis 12 continetur, solidos habet angulos 30, latera 60,

(8) secundum polyedrum 32 basium, quia pentagonis 12 et hexagonis 20 continetur, solidos habet angulos 60, latera 90,

(9) tertium polyedrum 32 basium, quia triangulis 20 et decagonis 12 continetur, solidos habet angulos 60, latera 90; tum

(10) polyedrum 38 basium, quia triangulis 32 et quadratis 6 continetur, solidos habet angulos 24, latera 60, tum

(11) prius polyedrum 62 basium, quia triangulis 20 et quadratis 30 et pentagonis 12 continetur, solidos habet angulos 60, latera 120,

(12) alterum polyedrum 62 basium, quia quadratis 30 et hexagonis 20 et decagonis 12 continetur, solidos habet angulos 120, latera 180; denique

(13) polyedrum 92 basium, quia triangulis 80 et pentagonis 12 continetur, solidos habet angulos 60, latera 150.

Ut igitur has tredecim figuras, quae inaequalibus et dissimilibus polygonis continentur, nunc omittamus, quia minus ordinatae (*sive regulares*) sunt, quinque illa polyedra *Platonica* cum sphaera comparare operae est pretium, quae quidem, quoniam aequalibus ac similibus planis continentur, sola aequales habent angulos solidos et praeter cetera bene ordinata sunt. Sed exceptis his quinque figuris nullas inveniri posse alias, quae aequilateris polygonis aequalibus ac similibus contineantur, et ab Euclide (*elem. 13 extr.*) et aliis quibusdam demonstratum est. Primum igitur haec cum sphaera comparemus.

Sit enim sphaera, cuius centrum α, et unum quodpiam horum quinque polyedrorum, cuius tota superficies sphaerae Prop. 18

πρῶτον BS, *ά* A 13. *δύο καὶ ἑξηκονταεδρῶν* A(B), coniunx. S 14. $\overline{\varkappa}$ B, *εἴκοσι* AS 16. *δύο καὶ ἐνενηκοντάεδρον* AB, *δυοκαιεννενηκοντάεδρον* S 17. *καὶ* om. AS, add. B *ἕξει** A 19. *ιγ'* S[a] *Ei*, *τρισκαίδεκα* e Parisino 2368 descripsit Waitzius, $\overline{\Gamma}$ A, *τρία* B 19. 20. *ἤτοι — ὄντα ἢ* interpolatori tribuit *Hu* 28. *συγκρίνομεν* B φάνειαν τῇ τῆς *Α* σφαίρας· λέγω ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ σφαῖρα.

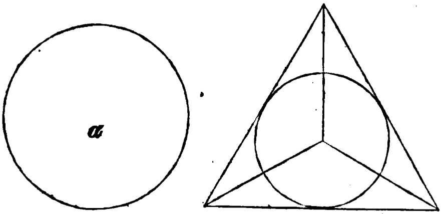
Νοείσθω γὰρ εἰς τὸ πολύεδρον ἐγγεγραμμένη σφαῖρα, ὥστε τῶν περιεχόντων ἐπιπέδων ἅπτεσθαι· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ τοῦ πολυέδρου ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας τῆς ἐγγεγραμμένης σφαίρας· περιέχει γὰρ αὐτήν. ἀλλ' ἡ τοῦ πολυέδρου ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶν τῇ τῆς *Α* σφαίρας ἐπιφανείᾳ, ὥστε καὶ ἡ τῆς *Α* σφαίρας ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶν τῆς ἐπιφανείας τῆς ἐγγεγραμμένης τῷ πολυέδρῳ σφαίρας· καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἄρα τῆς *Α* σφαίρας μείζων ἐστὶν τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐγγεγραμμένης σφαίρας. ἴση δὲ ἡ τῆς *Α* σφαίρας ἐπιφάνεια τῇ τοῦ πολυέδρου ἐπιφανείᾳ· ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων κύκλον ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς *Α* σφαίρας, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς Α σφαίρας, μείζων ἐστὶν τῆς πυραμίδος τῆς βάσιν ἐχούσης εὐθύγραμμον τὸ ἴσον τῇ τοῦ πολυέδρου ἐπιφανείᾳ καὶ ὕψος τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τῆς ἐγγεγραμμένης αὐτῷ σφαίρας. ἀλλ' ὁ μὲν κῶνος ἴσος ἐστὶν τῇ *Α* σφαίρᾳ (τοῦτο γὰρ ἐκ τῶν ὑπ' Ἀρχιμήδους δεδειγμένων ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου καὶ τῶν ἄλλων ὑφ' ἡμῶν ὑποτεταγμένων λημμάτων ἐστὶ φανερόν), ἡ δὲ πυραμὶς ἴση τῷ πολυέδρῳ· μείζων ἄρα καὶ ἡ *Α* σφαῖρα τοῦ ὑποκειμένου πολυέδρου.

39 κ'. Ἔχει δέ τινα σύγκρισιν καὶ ταῦτα τὰ ε' σχήματα πρὸς ἄλληλα, περὶ ἧς ὕστερον ἐπισκεψόμεθα· δείκνυται γὰρ ὑποκειμένων ἴσων τῶν ἐπιφανειῶν τὸ πολυεδρότερον ἀεὶ καὶ μεῖζον. οἷον τὸ μὲν εἰκοσάεδρον τοῦ δωδεκαέδρου, τὸ δὲ δωδεκάεδρον τοῦ ὀκταέδρου, καὶ ὁμοίως τὸ μὲν ὀκτάεδρον τοῦ κύβου, ὁ δὲ κύβος τῆς πυραμίδος· ὅμοιον γάρ τι πέπονθεν τὰ στερεὰ ταῦτα τοῖς ἐπιπέδοις πολυγώνοις· καὶ γὰρ ἐπ' ἐκείνων, ὁπότε τὰς περιμέτρους ἴσας

---

1. *τῇ τῆς Α σφαίρας Hu* auctore *Co*, *τῇ* om. AB, unde *τῇ α̅ σφαίρᾳ* Paris. 2368 (S) *Ei* 5. *ἐπιφάνεια τῆι ἐπιφανείαι* AB, corr. S 7. *Α* om. B¹ *Ei* 12. *Α* om. *Ei* 13. *ὁ τὴν βάσιν* A, sed *τὴν* del. prima m. *κύκλον* A³ *Ei*, *κύκλου* BS *τὸ* ante *ἴσον* add. ABS, del. *Ei* 14. 15. *ὕψος — σφαίρας* add. *Ei* 15. *τῆς* (ante *πυραμίδος*) om. *Ei*

superficiei aequalis sit; dico sphaeram maiorem esse *polyedro*.



Fingatur enim polyedro inscripta sphaera, quae plana polyedri tangat; ergo superficies polyedri maior est superficie sphaerae inscriptae, quoniam hanc complectitur illa. Sed *ex hypothesi* polyedri superficies aequalis est sphaerae α superficiei, ita ut sphaerae α superficies maior sit superficie sphaerae polyedro inscriptae; ergo etiam radius sphaerae α maior est radio sphaerae inscriptae. Sed sphaerae α superficies aequalis est superficiei polyedri; ergo conus basim habens circulum aequalem superficiei sphaerae α et altitudinem radio sphaerae α aequalem maior est pyramide cuius basis est rectilineum aequale superficiei polyedri et altitudo radius sphaerae polyedro inscriptae. Sed conus ille aequalis est sphaerae α — hoc enim et ex iis quae Archimedes in libro de sphaera et cylindro *primo propos. 35 et 36* demonstravit et ex his quae sequuntur lemmatis a nobis subiunctis (*propos. 20 sqq.*) apparet — et pyramis illa polyedro aequalis (*id quod ex elem. 12, 6 sequitur*); ergo sphaera α maior est eo quod supra posuimus polyedro.

XX. Sed est etiam quaedam horum quinque polyedrorum inter se comparatio, de qua infra videbimus (*cap. 72 sqq.*). Etenim, si aequales *polyedrorum* superficies supponantur, demonstratur semper id quod plures bases habeat maius esse, velut icosaedrum *maius* dodecaedro, et dodecaedrum octaedro, et similiter octaedrum cubo, et cubum pyramide. Nam simile quid in his solidis contingit atque in planis polygonis, quoniam in illis quoque, si aequales perimetros habebant,

---

τὴν βάσιν AB, corr. Paris. 2368 S 20. ἄλλων B[1], ἄλλως AB[3]S Ei
23. $\bar{\kappa}$ A[1] in marg. (BS) 24. ἐπισκεψώμεθα A[1] ex ἐπισκειψόμεθα