Analiz kısa sınavı 8

David Pierce, MSGSÜ

25 Nisan 2012

Soru 1. *Her sayılamaz metrik uzayında, bir a noktası için, bir r yarıçapı için,* $\mathrm{B}(a;r)$ *açık topunun sayılamaz olduğunu gösterin.*

Çözüm. Her metrik uzay, $\bigcup_{n\in\mathbb{N}}\mathrm{B}(a,n)$ bileşimine eşittir. Her $\mathrm{B}(a,n)$ topu sayılabilirse, tüm uzay da sayılabilir.

Soru 2. *Her Boole halkasının* $xy=\inf\{x,y\}$ *eşitliğini sağladığını gösterin.*

Çözüm. $xy \leqslant x$ çünkü $xyx = x^2y = xy$. Aynı şekilde $xy \leqslant y$. Şimdi $z \leqslant x$ ve $z \leqslant y$ eşitsizliklerini varsayalım. Bu durumda

$$zx = z, \qquad\qquad zy = z.$$

O zaman $zxy = zy = z$, yani $z \leqslant xy$. Öyleyse xy, $\{x,y\}$ kümesinin en büyük alt sınırıdır.

Uyarı. Verilmiş Boole halkası, $(\mathscr{P}(\Omega),\triangle,\cap)$ biçimindeyse, önerme apaçıktır. Ama her Boole halkası, bu biçimde değildir.