

# Analitik Geometri (MAT 104)

## Ara Sınavı **Çözümleri**

David Pierce

6 Nisan 2014

**Problem 1.**  $ab = de$  ve  $ac = df$  ise

$$b : c :: e : f$$

orantısını kanıtlayın. (Bundan önce kanıtladığımız teoremleri kullanabilirsiniz.)

Varsayımdan

$$a : d :: e : b,$$

$$a : d :: f : c,$$

dolayısıyla

$$e : b :: f : c,$$

$$e : f :: b : c,$$

yani  $b : c :: e : f$ .

**Problem 2.**  $0 < \ell < 2a$  ise

$$2b^2 = \ell a, \quad c = a - \sqrt{a^2 - b^2}, \quad d = \frac{ac}{\sqrt{a^2 - b^2}}$$

olsun. Sadece  $\ell$  ve  $a$  uzunluklarını kullanarak  $\frac{c^2}{d^2} - 1$  farkını en basit biçimde yazın.

$$\begin{aligned} \frac{c^2}{d^2} - 1 &= \frac{c^2}{\left(\frac{ac}{\sqrt{a^2 - b^2}}\right)^2} - 1 \\ &= \frac{a^2 - b^2}{a^2} - 1 = -\frac{b^2}{a^2} = -\frac{\ell}{2a}. \end{aligned}$$

**Problem 3.** Dik  $xy$  eksenlerine göre, birim uzunluğunun seçildiği durumda, tabloyu doldurun ve koni kesitlerini çizin.

	$16x^2 + 256 = 9y^2 + 160x$	$8x + y^2 + 8y = 0$
ad	hiperbol	parabol
köşe(ler)	$(8, 0), (2, 0)$	$(2, -4)$
odak(lar)	$(10, 0), (0, 0)$	$(0, -4)$
eksen	$y = 0$	$y + 4 = 0$

$$16x^2 + 256 = 9y^2 + 160x$$

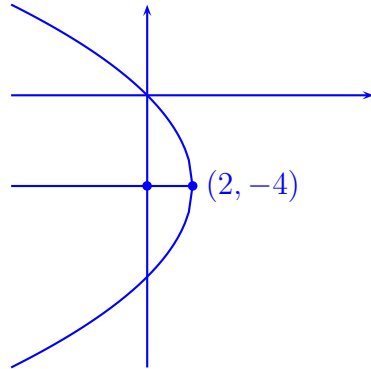
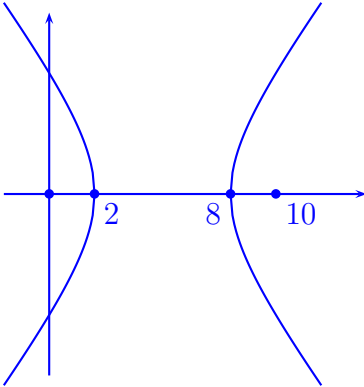
$$\Leftrightarrow 16(x^2 - 10x + 25) - 400 + 256 = 9y^2$$

$$\Leftrightarrow 16(x - 5)^2 - 9y^2 = 144$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x - 5)^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1,$$

$$8x + y^2 + 8y = 0 \Leftrightarrow y^2 + 8y + 16 = 16 - 8x$$

$$\Leftrightarrow (y + 4)^2 = -8(x - 2).$$

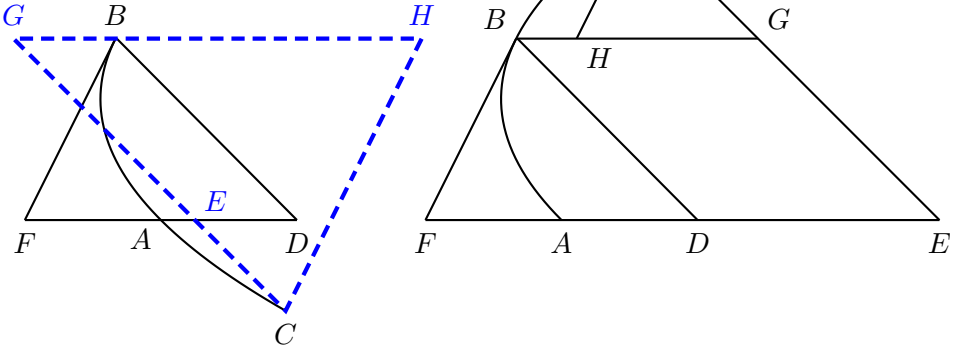


**Problem 4.** Şekillerde

- $BAC$  (veya  $ABC$ ) eğrisi, çapı  $AD$  ve köşesi  $A$  olan parabol,
- $BD$  ve  $CE$  ordinat,
- $FA = AD$ , ve
- $BG \parallel FE$ ,  $CH \parallel BF$

olsun. Aşağıdaki işaretli uzunluklar tanımlansın:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AD} &= a, & \overrightarrow{AE} &= x, & \overrightarrow{BH} &= s, \\ \overrightarrow{DB} &= b, & \overrightarrow{EC} &= y, & \overrightarrow{HC} &= t, \\ \overrightarrow{FB} &= c, \end{aligned}$$



a) Soldaki şekli tamamlayın.

b) Küçük harfleri kullanarak  $\overrightarrow{GH} = \underline{\quad -x + a + s \quad}$  ?

c) Sadece  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $s$ , ve  $t$  uzunluklarını kullanarak  $x$  uzunluğunu yazın.

$$\overrightarrow{GH} = \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BH} = -x + a + s,$$

$$\overrightarrow{GH} : \overrightarrow{HC} :: \overrightarrow{DF} : \overrightarrow{FB}, \quad \frac{-x + a + s}{t} = \frac{-2a}{c}, \quad x = \frac{2at}{c} + a + s.$$