Öklid-Elementler-Kitap 1

Çevirenin notu

Bu metin Richard Fitzpatrick tarafından 2007 yılında yayınlanan "Euclid's Elements of Geometry" adlı ve internet aracılığıyla indirilebilen İngilizce çeviriden yapılmış bir çeviridir. Öklid'in Elementler'i 13 kitaptan oluşmaktadır. Burada yalnızca ilk kitabın çevirisi verilmektedir. İngilizce çeviride eski Yunancada yazılmış olan asıl metin de verilmektedir. Çevirinin doğrudan esas metinden yapılmamış olmasının tek nedeni çeviriyi yapanın eski Yunanca bilmemesidir.

Çevirirken, doğal olarak bazı tercihler yapılmıştır. Tercihlerin bazıları alışılmadık olabilir. Örneğin ingilizce "proposition" karşışığı olarak, "önerme" değil "belit" kelimesi, daha önce geometri kitaplarında kullanılan "doğru çizgi" terimi yerine "düz çizgi" terimi kullanılmıştır vs. Fakat isteyenler -değişik metnin içinde isimlerini ve metnin değiştirilmiş olduğunu belirtmek şartıyla- bu metni kendi tercihleri doğrultusunda değiştirebilir.

Çevirideki amaçlardan biri de orjinal metnin havasını mümkün olduğu kadar yansıtabilmektir. İngilizce çevirinin yazarı esas metne mümkün olduğu kadar sadık kalmaya çalışıldığını söylemektedir. Bu çeviride de ingilizce metne mümkün olduğu kadar sadık kalınmaya çalışılmıştır. Ayrıca cümlelerin sadece anlamını değil, yapısını da bire bir yansıtabilmek için uğraşılmıştır. Esas metinde olmadığı için dipnotlar çevrilmemiştir ama parantez içi yazılar muhafaza edilmiştir. Fakat İngilizce çevirideki bazı hususlar, eski Yunanca ile bu dil arasında büyük bir fark olduğunu düşündürmektedir. İngilizce ve Türkçe arasındaki farkın da büyük olması, orjinal metnin havasının yansıtılması konusunda başarısız olunmuş olabileceğini göstermektedir. Mümkün oldukça diğer kitapların da çevirisinin yapılmasına çalışılacaktır.

Ufuk Deniz Yar
25 Kasım 2017

Terimler

belit ”belli”, ”bellek”, ”belirmek” gibi kelimelerin varlığı nedeniyle ”belmek” gibi bir fiilin var olduğu varsayılarak, bu fiilden, ”yazmak” fiilinden ”yazıt”’ın türetilmesine benzer şekilde türetilmiştir. Bize göre ”belit” kelimesinin, ”ortaya çıkan ve kaydedilen şey” gibi bir anlamı vardır ve burada, ”artık belli olmuş gerçek/yöntem” yada ”ortaya çıkmış gerçek/yöntem” anlamında kullanılmıştır.[1]

[1] Bu kelimenin daha önceden, ”postulat” yani ”doğruluğu baştan kabul edilen tez” yada ”ispata ihtiyaç duymayan gerçek” anlamında kullanıldığı anlaşılmaktadır. Gerçekler çok çeşitli yollarla ortaya çıkabilir yada çıkarılabilir. Bunlardan biri de kanıtlamadır. Terimin anlamı gerçeklerin nasıl ortaya çıktığından bağımsızdır. Dolayısıyla bunu, sadece postulatlar için değil, her türlü gerçek/yöntem için kullanabiliriz.

Karşılıklar

rectangle	dikdörtgen
parallelogram	paralelkenar
rectangular	dik açılı
extremity	bitiş yerleri
rhombus	paralelkare
rhomboid	paraleldörtgen
trapezia	yamuk
common notion	genel geçer
inclination	eğim
plane	düzlem
straight-line	düz çizgi
to postulate	olur kılmak
coinciding	çakışım
thus	böylece
therefore	bu nedenle, bundan dolayı
so	o halde
falling across	üzerinden geçmek
rectilinear	düzgen
the very thing	bu da tam olarak
complement	tamamlayıcı, tümleyici
to construct	oluşturmak, inşa etmek
to produce	türetmek
to describe	çizmek
equilateral	eşkenar
subtend	karşısında
straight-on	doğrultusunda
on	üstünde

ELEMENTLER KİTAP 1

Düz çizgileri kapsayan düzlem geometrisinin temelleri

Tanımlar

1. Bir nokta parçası olmayandır.
2. Ve bir çizgi, eni olmayan uzunluktır.
3. Ve bir çizginin bitiş yerleri noktalardır.
4. Bir düz çizgi, noktalarla, kendi üzerinde düzgün olarak yayılandır.[2]
5. Ve bir yüzey, sadece eni ve uzunluğu olandır.
6. Ve bir yüzeyin bitiş yerleri çizgilerdir.
7. Bir düzlem, düz çizgilerle, kendi üzerinde düzgün olarak yayılandır.
8. Ve bir düzlem açı, iki çizgi aynı düzlemde birbirleriyle buluşuyor ve bir düz çizgi oluşturmuyorsa bu çizgilerin birbirlerine göre yaptığı eğimdir.
9. Ve eğer bir açıyı kapsayan çizgiler düzse, bu açıya düzgen açı denir.
10. Ve bir (başka) düz çizgi üzerinde duran bir düz çizgi, (diğer çizgiyle) birbirine eşit bitişik açılar yapıyorsa, o açıların herbiri dik açıdır ve bu çizginin üzerinde durduğu diğerine dik olduğu söylenir.
11. Bir geniş açı, dik açıdan büyük olandır.
12. Ve bir dar açı, dik açıdan küçük olandır.
13. Bir sınır, bir şeyin bitiş yeridir.
14. Bir şekil, bir sınır yada sınırların kapsadığı şeydir.
15. Bir daire, [çember denilen] bir çizgi tarafından kapsanan bir düzlem şekildir öyle ki şeklin içindeki noktaların birinden [çembere doğru] yayılan bütün düz çizgiler eşit uzunluktadır.
16. Ve bu noktaya dairenin merkezi denir.
17. Ve dairenin bir çapı merkezden geçirerek çizilmiş ve her yönde çemberde sonlandırılmış herhangi bir düz çizgidir. Böyle herhangi bir çizgi aynı zamanda çemberi ikiye böler.
18. Ve bir yarım daire, bir çap ve bu çapın bölüp ayırdığı çember tarafından kapsanan şekildir. Ve yarım dairenin merkezi daireninki ile aynıdır.
19. Düzgen şekiller düz çizgiler tarafından kapsananlardır: üçgen şekiller üç düz çizgi, dörtgen şekiller dört, ve çokgen şekiller dörtten fazla düz çizgi tarafından kapsananlardan oluşur.
20. Ve üçgen şekillerden: eşkenar bir üçgen üç eşit kenara, ikizkenar bir üçgen iki eşit kenara, ve eşkenarsız bir üçgen eşit olmayan kenarlara sahip olanlardır.
21. Ve üçgen şekillerden biraz daha: bir dik üçgen bir dik açıya, bir geniş üçgen bir geniş açıya ve bir dar üçgen üç dar açıya sahip olandır.
22. Ve dörtgen şekillerden: bir kare dik açılı ve eşit kenarlı, bir dikdörtgen dik açılı fakat eşit kenarlı olmayan, bir paralelkare eşit kenarlı fakat dik açılı olmayan, bir paraleldörtgen karşıt kenarları ve açıları eşit fakat dik açılı ve eşkenarlı olmayandır. Ve bunların dışında kalan diğer dörtgen şekiller yamuk olarak adlandırılır.
23. Aynı düzlem üzerinde ve heryönde sonsuza uzatılmış paralel çizgiler, birbirleriyle (bu yönlerin) hiçbirinde buluşmayan düz çizgilerdir.

[2] Bu ifadenin aslı olan "A straight line is (any) one which lies evenly with points on itself" cümlesinin son kısmının "..(with points) on itself" şeklinde mi, "..with (points on itself)" şeklinde mi yoksa bambaşka bir şekilde mi okunması gerektiği pek açık değildir. Biz ilkinin doğru olduğunu düşünerek, buna göre çevirdik.

Postulatlar

1. Herhangi bir noktadan herhangi bir noktaya bir düz çizgi çizmek,
2. ve bir düz çizgiden devamla sonlu bir düz çizgi üretmek,
3. ve herhangi bir merkeze ve çapa sahip bir daire çizmek,
4. ve bütün dik açıların birbirine eşit olması,
5. ve iki düz çizginin üstüne düşen bir düz çizgi, (kendisinin) bir tarafında (toplamı) iki dik açıdan küçük iç açılar yapıyorsa, sonsuza kadar uzatılan (diğer) iki düz çizginin, (iç açılar toplamı) iki dik açıdan küçük olan o tarafta buluşması (ve diğer tarafta buluşmaması)

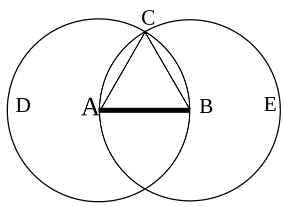
olur kılınmış olsun.

Genel geçerler(Gen.g.)

1. Aynı şeye eşit olan şeyler birbirlerine de eşittir.
2. Ve eğer eşit şeyler eşit şeylere eklenirse toplamlar eşit olur.
3. Ve eğer eşit şeyler eşit şeylerden çıkarılırsa kalanlar eşit olur.
4. Ve birbirleriyle çakışan şeyler birbirlerine eşittir.
5. Ve bütün parçadan büyüktür.

Belit 1.

Verilen bir düz çizgiden bir eşkenar üçgen oluşturmak
AB verilen bir düz çizgi olsun.
O halde şimdi AB çizgisinden bir eşkenar üçgen oluşturulması gerekiyor.



A merkezli ve AB yarıçaplı BCD dairesi ile B merkezli ve BA yarıçaplı ACE dairesi çizilmiş olsun [Post. 3]. İki dairenin birbirini kestiği C noktasından sırasıyla A ve B noktalarına CA ve CB düz çizgileri çizilmiş olsun [Post 1].

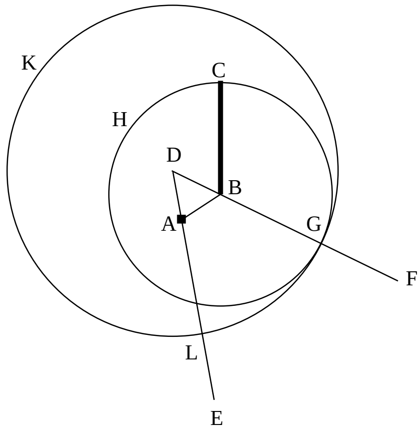
Ve A noktası CDB dairesinin merkezi olduğu için AB ve AC birbirine eşittir. Yine B noktası CAE dairesinin merkezi olduğu için BA ve BC birbirine eşittir. Fakat CA'nın AB'ye eşit olduğu gösterilmişti. Bu nedenle, CA ve CB'nin herbiri AB'ye eşittir. Fakat aynı şeye eşit olan şeyler aynı zamanda birbirine eşittir. Bu yüzden, CA, aynı zamanda CB'ye eşittir. O halde üç düz çizgi CA, AB ve BC birbirlerine eşittir.

Böylece, ABC üçgeni eşkenardır ve verilen sonlu AB düz çizgisinden türetilmiştir. Bu da tam yapılması talep edilen şeydir.

Belit 2.

Verilen bir düz çizgiye eşit ve bitim yeri verilen bir nokta olan bir düz çizgi oluşturmak.

BC verilen düz çizgi ve A verilen nokta olsun. O halde BC düz çizgisine eşit bir düz çizgiyi A noktasına yerleştirmek gerekiyor.



A noktası ile B noktası AB düz çizgisi ile birleştirilsin [Post. 1] ve bu çizgi temelinde DAB eşkenar üçgeni oluşturulsun [Belit 1.1]. Ve DA ve DB üzerinden sırasıyla AE ve BF düz çizgileri üretilsin [Post. 2]. Ve B merkezli ve BC yarıçaplı CGH çemberi çizilsin ve yine D merkezli ve DG yarıçaplı GKL çemberi çizilsin.

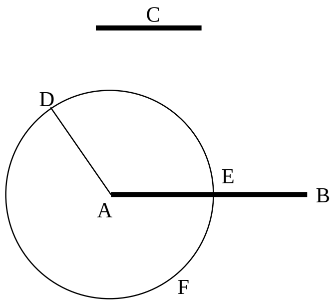
Bu nedenle, B, CGH çemberinin merkezi olduğu için, BC, BG'ye eşit olur [Tanım 1.15]. Yine D, GKL çemberinin merkezi olduğu için, DL, DG'ye eşit olur [Tanım 1.15]. Ve bunların içinde DA, DB'ye eşittir. Böylece kalan çizgi AL, kalan çizgi BG'ye eşittir [Gen.g. 3]. Fakat BC'nin BG'ye eşit olduğu gösterilmişti. Böylece, AL ve BC her ikisi birden BG'ye eşittir. Fakat aynı şeye eşit olan şeyler birbirine eşittir [Gen.g. 1]. Böylece, AL, aynı zamanda BC'ye eşittir.

Böylece, BC'ye eşit olan AL düz çizgisi A noktasına yerleştirilmiştir. Bu da tam yapılması talep edilen şeydir.

Belit 3.

Verilen ve eşit olmayan iki düz çizginin büyüğünden küçüğüne eşit bir çizgiyi kesip çıkarmak.

AB daha büyük olmak üzere, AB ve C verilen ve eşit olmayan iki düz çizgi olsun. O halde AB çizgisinden C'ye eşit bir parçayı kesip çıkarmak gerekmektedir.



C'ye eşit bir AD düz çizgisi A noktasına yerleştirilsin [Belit 1.2]. Ve A merkezli ve AD yarıçaplı DEF çemberi çizilsin [Post. 3].

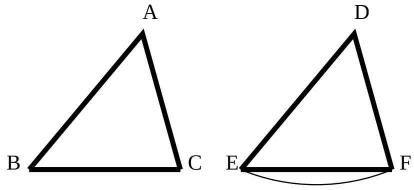
Ve A noktası DEF dairesinin merkezi olduğu için, AE, AD'ye eşittir. Fakat aynı zamanda C, AD'ye eşittir. Böylece AE ve C'nin ikisi birden AD'ye eşittir. O halde AE aynı zamanda C'ye eşittir.

Böylece, verilen ve eşit olmayan AB ve C düz çizgilerinden, C'ye eşit olan AE, AB'den çıkarılmış olur. Bu da tam yapılması talep edilen şeydir.

Belit 4.

Eğer bir üçgenin iki kenarı diğer bir üçgenin iki kenarına eşit ve bu kenarların oluşturduğu açılar birbirine eşitse, o zaman bunların tabanları ve kalan açıları da birbirine eşittir.

ABC ve DEF, AB ve AC kenarları DE ve DF kenarlarına eşit iki üçgen olsun. Yani AB, DE'ye ve AC, DF'ye eşit olsun. Ve BAC açısı EDF açısına eşit olsun. O halde BC tabanının EF tabanına, ABC üçgeninin DEF üçgenine ve eşit kenarlara tekabül eden diğer açıların da birbirine eşit olduğunu söylüyorum.. Yani ABC, DEF'ye ve ACB, DFE'ye eşittir.



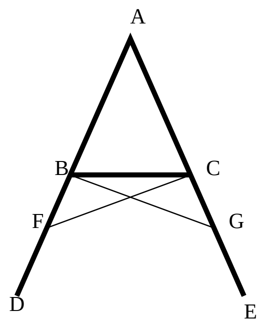
Eğer ABC üçgeni DEF üçgeniyle çakıştırılırsa, A noktası D noktasına ve AB düz çizgisi DE düz çizgisi üzerine gelirse, AB'nin DE'ye eşit olması sebebiyle, B noktası da E noktasıyla çakışır. O halde AB, DE ile çakıştığı için, BAC açısının EDF açısına eşit olması sebebiyle, AC düz çizgisi, DF ile çakışır. O halde yine AC'nin DF'ye eşit olması sebebiyle, C noktası F noktasıyla çakışır. Fakat, B noktası da elbette E noktasıyla çakışır, o halde BC tabanı EF tabanıyla çakışır. Eğer B, E ile ve C, F ile çakıştığı halde, BC, EF ile çakışmazsa, bu iki düz çizgi bir alanı çevirir. Bu ise imkansızdır [Post. 1]. Böylece BC tabanı EF tabanı ile çakışır ve eşittir [Gen.g. 4]. O halde ABC üçgeni bir bütün olarak DEF üçgeni ile çakışır ve ona eşittir [Gen.g. 4]. Ve kalan açılar diğer kalan açılarla çakışır ve birbirlerine eşittir [Gen.g. 4]. Yani ABC, DEF'ye ve ACB, DFE'ye [Gen.g. 4].

O halde eğer bir üçgenin iki kenarı diğer bir üçgenin iki kenarına eşit ve bu kenarların içerdiği açılar birbirine eşitse, o zaman bunların tabanları birbirine, ve bir üçgen diğerine ve eşit kenarlara tutturulmuş diğer açılar da birbirine eşittir. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir..

Belit 5.

İkizkenar üçgenlerde, taban açıları birbirine eşittir ve eşit kenarlar uzatıldığında tabanın altında kalan açılar birbirine eşit olur.

ABC üçgeni, AB kenarı AC kenarına eşit olan bir ikizkenar üçgen olsun ve BD ile CE çizgileri, sırasıyla AB ile AC çizgilerinin devamı olarak çizilmiş olsun. Bu durumda ABC açısı ile ACB açısının ve CBD açısı ile BCE açısının birbirine eşit olduğunu söylüyorum.



BD çizgisi üzerinde rastgele bir F noktası için, AF düz çizgisine eşit bir AG düz çizgisi daha büyük olan AE çizgisinden kesilmiş olsun [Belit 1.3]. Aynı zamanda, FC ve GB çizgileri yerleştirilmiş olsun.

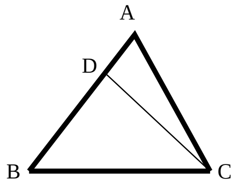
Gerçekte, AF, AG'ye ve AB, AC'ye eşit olduğu için FA ile AC düz çizgileri sırasıyla GA ve AB çizgilerine eşit olur. Bu çizgiler ayrıca ortak FAG açısını kapsarlar. Böylece taban FC taban GB'ye, AFC üçgeni AGB üçgenine ve kalan açılardan eşit kenarlara bağlanmış olanlar eşit kenarlara bağlanmış olanlara eşit olurlar[Belit 1.4]. Yani ACF açısı ABG açısına ve AFC açısı AGB açısına. Ve AF'nin bütünü AG'nin bütününe ve içlerindeki AB parçası AC parçasına eşit olduğu için kalan BF parçası kalan CG parçasına eşit olur. Fakat FC'nin GB'ye eşit olduğu gösterilmişti. O halde BF ile FC, sırasıyla CG ile GB'ye eşit ve BFC açısı CGB açısına eşit ve BC tabanı bunlara ortaktır. Böylece BFC üçgeni CGB üçgenine ve eşit kenarlara bağlı açılar eşit kenarlara bağlı açılara eşittir. Yani, FBC açısı GCB açısına ve BCF açısı CBG açısına eşittir. O halde, ABG açısının bütününün ACF açısının bütününe eşit olduğu gösterildiği ve bunların CBG parçası BCF parçasına eşit olduğu için, kalan ABC açısı kalan ACB açısına eşittir. Ve bu açılar ABC üçgeninin taban açılarıdır. Ve FBC açısının GCB açısına sahip olduğu gösterilmişti. Ve bunlar tabanın altındaki açılardır.

Böylece, ikiz kenar üçgenlerin taban açıları birbirine eşit ve eğer ikiz kenarlar uzatılırsa tabanın altında kalan açılar da birbirine eşit olur. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 6.

Eğer bir üçgenin iki açısı birbirine eşit ise, bu durumda bu açıları oluşturan kenarlar da birbirine eşit olur.

ABC üçgeninde, ABC açısı ACB açısına eşit olsun. Bu durumda AB kenarının AC kenarına eşit olduğunu söylüyorum.



Eğer AB kenarı AC kenarına eşit değil ise bunlardan biri diğerinden büyüktür. Büyük olan AB kenarı olsun. Ve küçük olan AC'ye eşit olan DB düz çizgisi büyük olan AB'den çıkarılmış olsun. Ve DC düz çizgisi yerleştirilmiş olsun.

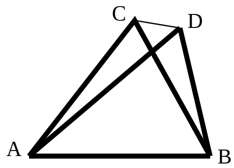
Böylece, DB, AC'ye eşit ve BC ortak olduğu için, DB ile BC kenarları sırasıyla AC ile CB kenarlarına ve DBC açısı ACB açısına eşit olur. Böylece, DC tabanı AB tabanına, DBC üçgeni ACB üçgenine ve küçük olan büyük olana eşit olur. Bu kavram saçmadır. O halde AB'nin AC'ye eşit olmadığı doğru değildir. O halde bunlar eşittir.

Böylece, eğer bir üçgen birbirine eşit iki açıya sahipse, o zaman bunların bağlandığı kenarlarda birbirine eşittir. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 7.

Bir düz çizginin üstünde çatılmış verili iki düz çizgiye eşit, onlarla aynı uçlara sahip ve aynı yanda olan iki diğer düz çizgi, eşit olduğu çizgilerin buluşmuş olduğu noktadan farklı bir noktada buluşturulamaz.

Eğer mümkünse, aynı AB düz çizgisi üzerinde ve (AB'nin) aynı tarafında oluşturulmuş, C ve D gibi iki farklı noktada buluşmuş ve (AB üzerinde) aynı uçlara sahip olan, AD, DB düz çizgileri ile sırasıyla bunlara eşit olan AC, CB düz çizgileri olsun. O halde aynı A ucuna sahip olan CA, DA'ya ve aynı B ucuna sahip olan CB, DB'ye eşittir. Ve CD çizilmiş olsun [Post. 1].



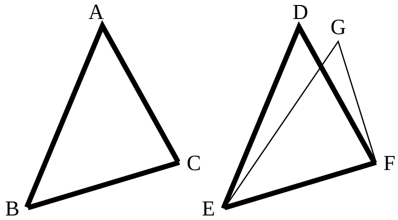
Buradan, AC, AD'ye eşit olduğu için, ACD açısı da ADC açısına eşit olur [Belit 1.5]. Böylece, ADC, DCB'den büyüktür [Gen.g. 5]. Böylece, CDB, DCB'den çok daha büyüktür [Gen.g. 5]. Yine CB, DB'ye eşit olduğu için CDB açısı aynı zamanda DCB açısına eşit olur [Belit 1.5]. Fakat ilk açının (sonraki açıdan) çok daha büyük olduğu gösterilmişti. Bu ise tamamen imkansızdır.

Böylece, bir düz çizginin üstünde çatılmış verili iki düz çizgiye eşit, onlarla aynı uçlara sahip ve aynı yanda olan iki diğer düz çizgi, eşit olduğu çizgilerin buluşmuş olduğu noktadan farklı bir noktada buluşturulamaz. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 8.

Eğer iki üçgen karşılıklı eşit iki kenara sahipse ve aynı zamanda tabanları birbirine eşitse, o zaman bunların karşılıklı eşit olan kenarlarının kapsadığı açılar da eşittir.

ABC ve DEF, AB ve AC kenarları sırasıyla DE ve DF kenarlarına eşit olan iki üçgen olsun. Yani AB, DE'ye ve AC, DF'ye eşit olsun. Aynı zamanda bunların BC tabanı EF tabanına eşit olsun. Şimdi aynı zamanda BAC açısının EDF açısına eşit olduğunu söylüyorum.



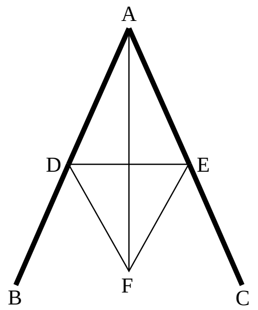
ABC üçgeni DEF üçgenine uygulandığı, B noktası E noktası üzerine ve BC düz çizgisi EF düz çizgisi üzerine yerleştirildiği takdirde, şayet, BC, EF'ye eşitse, aynı zamanda C noktası F ile çakışacaktır. O halde, BC tabanı EF tabanı ile çakıştığı için, BA ve CA kenarları da sırasıyla ED ve DF kenarlarıyla çakışacaktır. Şayet BC tabanı EF tabanı ile çakışır, fakat AB ve AC kenarları sırasıyla ED ve DF ile çakışmazsa, fakat EG ve GF gibi (şekilde gösterildiği gibi) olursa, o zaman bir düz çizginin üstünde çatılmış verili iki düz çizgiye eşit, onlarla aynı uçlara sahip ve aynı yanda olan iki diğer düz çizgi, eşit olduğu çizgilerin buluşmuş olduğu noktadan farklı bir noktada buluşturulmuş olur. Fakat böyle bir şey yapılamaz [Belit. 1.7]. Böylece BC tabanı EF tabanına uygulanırken, BA ve AC kenarları (sırasıyla) ED ve DF kenarlarıyla çakışamaz. Böylece bunlar çakışır. O halde BAC açısı aynı zamanda EDF açısıyla da çakışır ve ona eşittir [Gen.g. 4].

Böylece eğer iki üçgenden birinin iki kenarı sırasıyla diğerinin iki kenarına ve aynı zamanda tabanları birbirine eşitse, o zaman bunlardan birinin iki kenarının kapsadığı açı diğerinin sırasıyla eşit olan iki kenarının kapsadığı açıya eşittir. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 9.

Düzgen bir açıyı ikiye bölmek.

BAC verili düzgen açı olsun. O halde şimdi bunun ikiye bölünmesi gerekir.



AB üzerinde rastgele bir D noktası alınsın ve AD'ye eşit olan AE, AC'den çıkartılmış olsun, ve DE noktaları arası birleştirilsin. Ve DE üzerinde DEF eşkenar üçgeni oluşturulmuş ve AF noktaları arası çizilmiş olsun. BAC açısının AF düz çizgisi tarafından ikiye bölünmüş olduğunu söylüyorum.

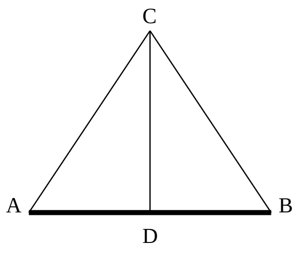
AD, AE'ye eşit ve AF ortak olduğu için DA ve AF düz çizgileri sırasıyla EA ve AF çizgilerine eşittir. Ve DF tabanı EF tabanına eşittir. O halde DAF açısı EAF açısına eşittir [Belit 1.8].

Böylece, verilen BAC düz açısı AF düz çizgisi tarafından ikiye bölünmüş olur. Bu da tam yapılması talep edilen şeydir.

Belit 10.

Verilen sonlu bir düz çizgiyi yarıya bölmek.

AB verilen sonlu düz çizgi olsun. O halde şimdi AB sonlu düz çizgisini yarıya bölmek gerekmektedir.



AB üzerine ABC eşkenar üçgeni oluşturulmuş olsun ve ACB açısı CD düz çizgisi ile ikiye bölünmüş olsun. AB düz çizgisinin D noktasında yarıya bölünmüş olduğunu söylüyorum.

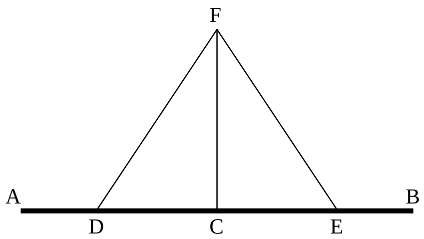
AC, CB'ye eşit olduğu ve CD ortak olduğu için, AC ve CD düz çizgileri sırasıyla BC ve CD düz çizgilerine eşit olur. Ve ACD açısı BCD açısına eşit olur. Böylece AD tabanı BD tabanına eşittir [Belit 1.4].

Böylece AB düz çizgisi, D noktasında yarıya bölünmüş olur. Bu da tam yapılması talep edilen şeydir.

Belit 11.

Verilen bir noktadan başlayan ve verilen bir düz çizgiye dik açı yapan bir düz çizgi çizmek.

AB verilen düz çizgi ve C bunun üzerindeki verilen bir nokta olsun. O halde C noktasından AB düz çizgisine dik açılı bir düz çizgi çizilmesi gerekmektedir.



D noktası AB düz çizgisi üzerinde rastgele alınmış, ve CE, CD'ye eşit kılınmış, ve FDE eşkenar üçgeni DE üzerine kurulmuş, ve FC birleştirilmiş olsun. FC düz çizgisinin AB düz çizgisine verilen bir C noktasından dik açı yaparak çizildiğini bildiriyorum.

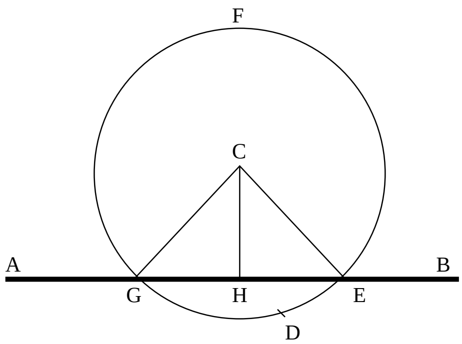
DC, CE'ye eşit ve CF ortak olduğu için, DC,CF düz çizgileri, sırasıyla EC,CF düz çizgilerine eşittir. Ve DF tabanı FE tabanına eşittir. Böylece DCF açısı ECF açısına eşittir [Belit 1.8], ve birbirlerine bitişiktir. Fakat ne zaman bir düz çizgi üzerindeki bir düz çizgi bitişik açıları eşit yaparsa, o zaman eşit açıların her biri bir dik açıdır [Tanım 1.10]. O halde DCF ve FCE açılarının herbiri bir dikaçıdır.

O halde CF düz çizgisi AB düz çizgisine verilen bir C noktasından dik açı yaparak çizilmiştir. Bu da tam yapılması talep edilen şeydir.

Belit 12.

Verilen bir sonsuz düz çizgiye dışından ona dik bir düz çizgi çizmek.

AB verilen sonsuz düz çizgi ve C bunun dışındaki verilen nokta olsun. O halde verilen AB sonsuz düz çizgisine dışındaki C noktasından ona dik bir düz çizgi çizilmesi gerekmektedir.



AB düz çizgisinin C noktasının bulunduğu tarafın ters tarafında rastgele bir D noktası alınmış, ve C merkezli, CD yarıçaplı EFG çemberi çizilmiş [Post. 3], ve EG düz çizgisi H noktasında yarıya bölünmüş, ve CG,CH ile CE düz çizgileri çizilmiş olsun. AB sonsuz düz çizgisine, dışındaki C noktasından ona dik CH düz çizgisinin çizilmiş olduğunu bildiriyorum.

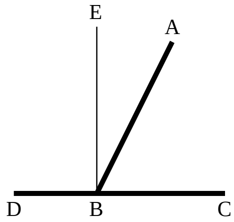
GH, HE'ye eşit ve HC ortak olduğu için, GH,HC düz çizgileri sırasıyla EH,HC'ye eşittir, ve CG tabanı CE tabanına eşittir. Böylece CHG açısı EHC açısına [Belit 1.8] eşittir ve birbirlerine bitişiktir. Fakat ne zaman bir düz çizgi üzerindeki (diğer) bir düz çizgi bitişik açıları eşit yaparsa, o zaman eşit açıların her biri bir dik açıdır, ve diğer düz çizgi üzerinde durduğu düz çizgiye diktir [Tanım 1.10].

Böylece AB sonsuz düz çizgisine dışındaki C noktasından ona dik CH düz çizgisi çizilmiştir. Bu da tam yapılması talep edilen şeydir.

Belit 13.

Bir düz çizginin üzerinde dikildiği diğer bir düz çizgiyle yaptığı açılar ya iki dik açıdır yada toplamları iki dik açının toplamına eşittir.

CD düz çizgisi üzerine dikilen AB düz çizgisi CBA ve ABD açılarını oluştursun. CBA ve ABD açılarının ya dik açılar olduklarını yada toplamlarının iki dik açının toplamına eşit olduklarını söylüyorum.



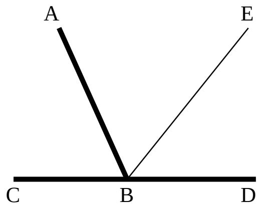
Gerçekte eğer, CBA, ABD'ye eşitse o zaman bunlar dik açılardır [Tanım 10]. Fakat eğer değilse CD'yle dik açı yapan bir BE çizgisi B üzerine yerleştirilsin [Belit 1.11]. Böylece CBE ve EBD iki dik açı olur. Ve CBE, CBA ve ABE açılarının toplamı kadar olduğu için, EBD ikisine eklensin. Böylece CBE ve EBD'nin toplamı, üç açının, CBA, ABE ve EBD'nin toplamı kadar olur [Gen.g. 2]. Yine, DBA iki açıya, DBE ve EBA'ya eşit olduğu için, ABC her ikisine eklensin. Böylece DBA ve ABC'nin toplamı, üç açının, DBE, EBA ve ABC'nin toplamına eşit olur. Fakat CBE ve EBD'nin toplamının da bu üç açıya eşit olduğu gösterilmişti. Ve aynı şeye eşit olan şeyler aynı zamanda birbirine eşittir [Gen.g. 1]. Böylece, CBE ve EBD'nin toplamları da DBA ve ABC'nin toplamlarına eşittir. Fakat CBE ve EBD'nin toplamları iki dik açı eder. Böylece ABD ve ABC'nin toplamları da iki dik açı eder.

O halde, bir düz çizginin üzerinde dikildiği diğer bir düz çizgi yaptığı açılar ya iki dik açıdır yada toplamları iki dik açının toplamına eşittir. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 14.

Eğer iki düz çizginin bir başka çizgi ile, bu çizginin iki tarafında yer almak şartıyla, bir noktada yaptığı açılar iki dik açıya eşitse o zaman bu iki çizgi aynı yönde uzanır.

BC ve BD düz çizgilerinin, AB düz çizgisiyle, bu çizginin iki tarafında yer almak şartıyla, B noktasında yaptığı ABC ve ABD açılarının toplamı iki dik açıya eşit olsun. BD'nin CB ile aynı yönde uzandığını söylüyorum.



Eğer, BD, BC ile aynı yönde değilse o zaman BE düz çizgisi CB ile aynı yönde olsun.

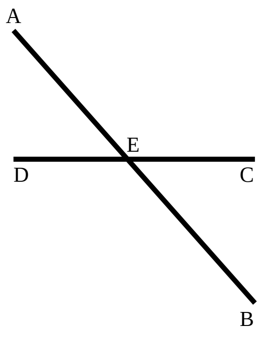
Böylece, AB düz çizgisi, CBE düz çizgisi üzerinde yer aldığı için, ABC ve ABE açılarının toplamı iki dik açıya eşit olur [Belit. 1.13]. Fakat ABC ve ABD açılarının toplamı da iki dik açı eder. O halde CBA ve ABE açılarının toplamı CBA ve ABD açılarının toplamına eşittir [Gen.g. 1]. CBA açısını her iki toplamdan çıkaralım. Böylece kalan ABE, kalan ABD açısına [Gen.g. 3], yani küçük olan büyüğe eşit olur. Bu se imkansızdır. O halde BE, CB ile aynı yönde uzanmaz. Benzer şekilde BD'den başka herhangi bir düz çizgi için aynı şeyi gösterebiliriz. O halde CB, BD ile aynı yöndedir.

Böylece, bir düz çizginin üzerinde dikildiği diğer bir düz çizgiyle yaptığı açılar ya iki dik açıdır yada toplamları iki dik açının toplamına eşittir. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 15.

Eğer iki düz çizgi birbirini keserse yukarıda ve aşağıda yaptıkları ters açılar birbirine eşit olur.

AB ve CD düz çizgileri birbirlerini E noktasında kessinler. AEC açısının DEB açısına ve CEB açısının AED açısına eşit olduğunu söylüyorum.



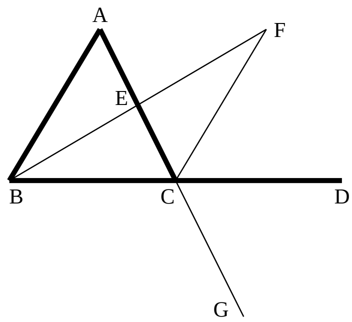
AE çizgisi CEA ve AED açılarını oluşturarak CD çizgisine oturduğu için, CEA ve AED açılarının toplamı iki dik açı eder [Belit 1.13]. Yine DE çizgisi AED ve DEB açılarını oluşturarak CD çizgisine oturduğu için, AED ve DEB açılarının toplamı iki dik açı eder [Belit 1.13]. Fakat CEA ve AED toplamının iki dik açıya eşit olduğu gösterilmişti. Böylece CEA ve AED toplamı AED ve DEB toplamına eşittir [Gen.g. 1]. AED her iki toplamdan çıkarılsın. Böylece kalan CEA kalan BED'ye eşit olur [Gen.g. 3]. Benzer şekilde CEB ve DEA'nın eşit olduğu gösterilebilir.

Böylece eğer iki düz çizgi birbirini keserse yukarıda ve aşağıda yaptıkları ters açılar birbirine eşit olur. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 16.

Herhangi bir üçgen için, kenarlarından biri uzatıldığında oluşacak dış açı, üçgenin diğer taraflarında kalan iki iç açısının herbirinden büyük olur.

ABC bir üçgen olsun ve kenarlarından biri olan BC, D noktasına doğru uzatılsın. ACD dış açısının üçgenin diğer taraflarında kalan iki iç açısı olan CBA ve BAC'den daha büyük olduğunu söylüyorum.



AC düz çizgisi E noktasında ortasından ikiye bölünsün [Belit 1.10]. Ve çizilen BE çizgisi F noktasına kadar uzatılsın. Ve EF, BE'ye eşit yapılsın [Belit 1.3] ve FC çizgisi çizilsin ve AC çizgisi ucu G noktası olmak üzere uzatılsın.

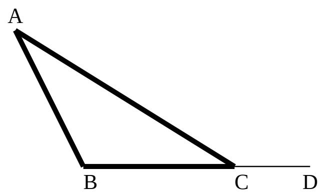
Böylece, AE, EC'ye ve BE, EF'ye eşit olduğu için AE ve EB düz çizgileri sırasıyla CE ve EF çizgilerine eşit olur. Ayrıca birbirlerinin zıttı oldukları için AEB açısı FEC açısına eşittir [Belit 1.15]. O halde AB tabanı FC tabanına, ve ABE üçgeni FEC üçgenine, ve bir üçgende eşit kenarların karşısında yer alan diğer açılar, diğer üçgendeki karşılık gelen açılara eşit olur [Belit 1.4]. O halde, BAE, ECF'ye eşit olur. Fakat ECD, ECF'den büyüktür. O halde, ACD, BAE'den büyüktür. Benzer şekilde BC'yi yarıya bölerek BCG'nin-ve aynı zamanda ACD'nin-ABC'den büyük olduğu gösterilebilir.

O halde, herhangi bir üçgen için, kenarlarından biri uzatıldığında oluşacak dış açı, üçgenin diğer taraflarında kalan iki iç açısının herbirinden büyük olur. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 17.

Herhangi bir üçgenin herhangi iki açısının toplamı iki dik açıdan küçüktür.

ABC bir üçgen olsun. ABC üçgeninin herhangi iki açısının toplamının iki dik açıdan küçük olduğunu söylüyorum.



BC, D'ye doğru uzatılsın.

Ve ACD açısı ABC üçgeninin dış açısı olduğu için ABC iç açısından daha büyüktür [Belit 1.16]. ACB açısı her ikisine de eklensin. Böylece ACD ve ACB toplamı ABC ve BCA toplamından büyüktür. Fakat ACD ve ACB toplamı iki dik açı eder [Belit 1.13]. Böylece ABC ve BCA toplamı iki dik açıdan küçük olur.

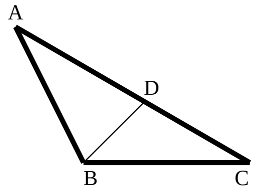
Benzer şekilde BAC ve ACB toplamının da iki dik açıdan küçük olduğunu gösterebiliriz ve yine CAB ile ACB toplamı da iki dik açıdan küçük olur.

Böylece, herhangi bir üçgenin herhangi iki açısının toplamı iki dik açıdan küçüktür. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 18.

Herhangi bir üçgende daha büyük kenarlar daha büyük açıların karşısında yer alır.

AC kenarı AB kenarından daha büyük bir ABC üçgeni olsun. ABC açısının da BCA açısından daha büyük olduğunu söylüyorum.



AC, AB'den büyük olduğu için, AB'ye eşit bir AD çizgisi oluşturalım [Belit 1.3] ve BD'yi birleştirelim.

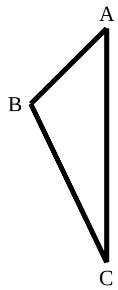
Ve ADB açısı BCD üçgeninin dış açısı olduğu için DCB iç açısından büyüktür [Belit 1.16]. Fakat ADB, ABD'ye eşittir çünkü AB kenarı AD kenarına eşittir [Belit 1.5]. Böylece ABD aynı zamanda ACB'den büyüktür. Böylece, ABC, ACB'den çok daha büyüktür.

Böylece, herhangi bir üçgende daha büyük kenarlar daha büyük açıların karşısında yer alır. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 19.

Herhangi bir üçgende daha büyük açılar daha büyük kenarları karşılar.

ABC açısı BCA açısından daha büyük bir ABC üçgeni olsun. AC kenarının da AB kenarından daha büyük olduğunu söylüyorum.



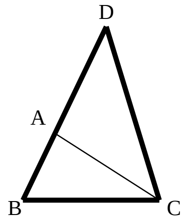
Eğer böyle değilse, AC ya AB'ye eşittir yada ondan küçüktür. Gerçekte, AC, AB'ye eşit değildir. Öyle olsaydı, aynı zamanda, ABC açısı ACB açısına eşit olurdu [Belit 1.5]. Fakat değildir. O halde, AC, AB'ye eşit değildir. Ne de, gerçekte, AC, AB'den küçüktür. Öyle olsaydı, ABC açısı da ACB açısından küçük olurdu [Belit 1.18]. Fakat değildir. O halde, AC, AB'den küçük değildir. Fakat aynı zamanda AC'nin AB'ye eşit olmadığı gösterilmişti. O halde, AC, AB'den büyüktür.

Böylece herhangi bir üçgende daha büyük açılar daha büyük kenarları karşılar. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 20.

Herhangi bir üçgende herhangi iki kenarın toplamı kalan kenardan büyüktür.

ABC bir üçgen olsun. ABC üçgeninde herhangi iki kenarın toplamının kalan kenardan daha büyük olduğunu söylüyorum. Öyle ki BA ile AC, BC'den, AB ile BC, AC'den, ve BC ile CA, AB'den büyüktür.



BA, D noktasına doğru uzatılsın, ve AD, CA'ya eşit olsun [Belit 1.3], ve DC arası çizilsin.

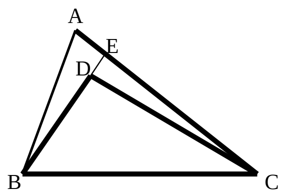
Böylece, DA, AC'ye eşit olduğu için, ADC açısı da ACD açısına eşit olur [Belit 1.5]. O halde BCD, ADC'den büyüktür. Ve DCB, BCD açısı BDC'den büyük olan bir üçgen olduğu ve büyük açı büyük kenarın karşısında yer aldığı için [Belit 1.19], DB, BC'den büyüktür.Fakat DA, AC'ye eşittir. O halde BA ile AC toplamı BC'den büyüktür. Benzer şekilde AB ile BC toplamının CA'dan büyük olduğunu da gösterebiliriz, ve BC ile CA toplamının CA'dan büyük olduğunu da.

O halde, herhangi bir üçgende herhangi iki kenarın toplamı diğer kenardan büyüktür. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 21.

Eğer bir üçgenin bir kenarının iki köşesinden ve üçgenin içinde iki düz çizgi oluşturulursa bunlar üçgenin kalan kenarlarından daha küçük, fakat kapsadıkları açı daha büyük olur.

ABC üçgeninin BC kenarının B ve C köşesinden sırasıyla BD ve DC gibi iki içsel düz çizgi çizilsin. BD ve DC çizgilerinin üçgenin diğer kenarları BA ve AC'den daha küçük fakat kapsadıkları BDC açısının BAC'den büyük olduğunu söylüyorum.



BD çizgisi E'ye doğru çizilsin. Ve herhangi bir üçgende iki kenarın toplamı kalan kenardan büyük olduğu için [Belit. 1.20], ABE üçgeninde iki kenar AB ve AE böylece BE'den büyüktür. Böylece, BA ile AC, BE ile EC'den büyüktür. Yine CED üçgeninde iki kenar CE ile ED, CD'den daha büyük olduğu için, DB her ikisine katılmış olsun. Bu durumda CE ile EB, CD ile DB'den büyüktür. Fakat BA ile AC'nin BE ile EC'den büyük olduğu gösterilmişti. Böylece, BA ile AC, BD ile DC'den çok daha büyüktür.

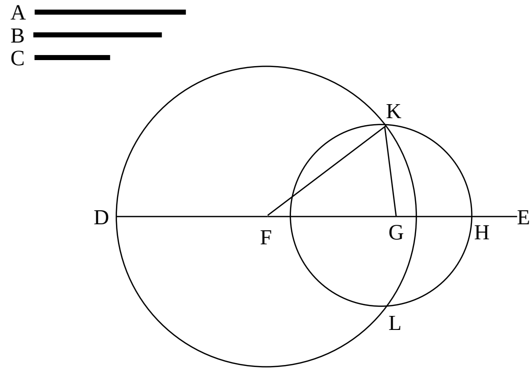
Yine herhangi bir üçgende dış açılar ters yönlerindeki iç açılardan büyük olduğu için [Belit 1.16], CDE üçgenindeki BDC dış açısı CED açısından büyüktür. Benzer şekilde, yine aynı sebepten, ABE üçgeninin dış açısı CEB, BAC'den büyüktür. Fakat BDC'nin CEB'den büyük olduğu gösterilmişti. O halde, BDC, BAC'den çok daha büyüktür.

O halda, eğer bir üçgenin bir kenarının iki köşesinden ve üçgenin içinde iki düz çizgi oluşturulursa bunlar üçgenin kalan kenarlarından daha küçük, fakat kapsadıkları açı daha büyük olur. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 22.

Verilen üç düz çizgiye eşit düz çizgilerden üçgen oluşturmak. Herhangi bir üçgende herhangi iki kenarın birlikte, kalan kenardan daha büyük oldukları gerçeğine istinaden çizgilerden herhangi iki tanesinin birlikte, kalan çizgiden daha büyük olması gereklidir.

A, B ve C verilen üç düz çizgi olsun, öyle ki herhangi iki tanesi birlikte, kalan çizgiden büyük olsun. Böylece, A ile B, C'den, A ile C, B'den ve B ile C, A'dan büyüktür. O halde A,B ve C'ye eşit düz çizgilerden bir üçgen oluşturmak gerekmektedir.



D de sonlanan fakat E yönünde sonsuz bir DE çizgisi oluşturulsun. Ve DF, A'ya, ve FG, B'ye ve GH, C'ye eşit yapılsın [Belit 1.3]. Ve F merkezli ve FD yarıçaplı DKL çemberi çizilsin. Yine G merkezli ve GH yarıçaplı KLH çemberi çizilmiş olsun. Ve KF ile KG çizilmiş olsun. Üçgen KFG'nin A,B ve C'ye eşit düz çizgilerden oluşturulmuş olduğunu söylüyorum.

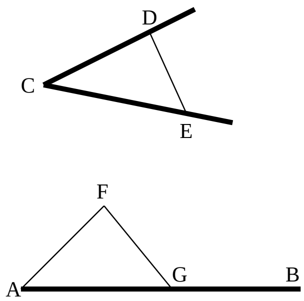
F noktası DKL çemberinin merkezi olduğu için, FD, FK'ye eşittir. Fakat FD, A'ya eşittir. O halde KF de A'ya eşittir. Yine G noktası LKH çemberinin merkezi olduğu için, GH, GK'ye eşittir. Fakat GH, C'ye eşittir. O halde, KG de C'ye eşittir. Ve FG de B'ye eşittir. O halde KF, FG ve GK düz çizgileri (sırasıyla) A,B ve C'ye eşittir.

O halde KFG üçgeni, sırasıyla A,B ve C düz çizgilerine eşit olan KF,FG ve GK düz çizgilerinden oluşturulmuştur. Bu da tam yapılması talep edilen şeydir.

Belit 23.

Verilen bir düz çizgi üzerinde, verilen bir noktada, verilen bir düzgen açıya eşit düzgen açı oluşturmak.

AB verilen düz çizgi, A bu çizgi üzerinde verilen nokta ve DCE verilen düzgen açı olsun. O halde, verilen AB düz çizgisi üzerinde, verilen A noktasında, verilen DCE düz açısına eşit bir düz açı oluşturmak gerekmektedir.



CD ve CE (düz çizgileri) üzerinde, (sırasıyla) D ve E gibi rastgele iki nokta alınsın ve DE noktaları arası çizilmiş olsun. Ve AFG üçgeni CD, DE ve CE çizgilerine eşit üç düz çizgiden oluşturulmuş olsun, öyleki CD, AF'ye, CE, AG'ye ve DE, FG'ye eşit olsun [Belit 1.22].

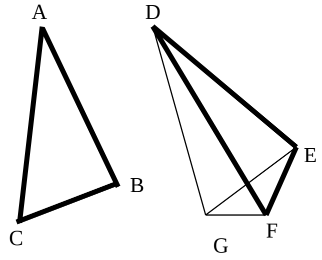
Buradan, (düz çizgiler) DC ile CE sırasıyla, (düz çizgiler) FA ile AG'ye eşit oldukları için ve taban DE, taban FG'ye eşit olduğu için, DCE açısı böylece FAG açısına eşittir [Belit 1.8].

Böylece DCE düz açısına eşit bir FAG düz açısı, verilen AB düz çizgisi üzerindeki verilen A noktası üzerinde oluşturulmuş oldu. Bu da tam yapılması talep edilen şeydir.

Belit 24.

Eğer, iki üçgenin karşılıklı eşit iki kenarları varsa, fakat birinin bu eşit karşılıklı kenarlarının kapsadığı açı diğerinin (benzer) açısından daha büyük ise, o zaman bu üçgenin tabanı da diğerininkinden daha büyüktür.

ABC ve DEF, birinin AB ve AC kenarları sırasıyla diğerinin DE ve DF kenarlarına eşit olan iki üçgen olsun. Yani AB, DE'ye ve AC, DF'ye eşittir. Aynı zamanda, A'daki açı D'deki açıdan büyük olsun. BC tabanının da EF tabanından büyük olduğunu söylüyorum.



BAC açısı EDF açısından büyük olduğu için, BAC açısına eşit bir EDG açısı, DE düz çizgisi üzerinde D noktasında oluşturulmuş olsun [Belit 1.23]. Ve DG, AC yada DF'den birine eşit yapılmış ve EG ile FG arası birleştirilmiş olsun.

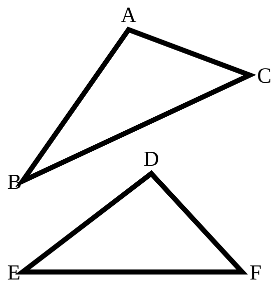
Bundan dolayı, AB, DE'ye ve AC, DG'ye eşit olduğu için, BA ve AC düz çizgileri sırasıyla ED ve DG düz çizgilerine eşittir. BAC açısı da EDG açısına eşittir. Böylece, BC tabanı EG tabanına eşittir [Belit 1.4]. Yine DF, DG'ye eşit olduğu için, DGF açısı da, DFG açısına eşittir [Belit 1.5]. Böylece, DFG, EGF'den büyüktür. Böylece EFG, EGF'den çok daha büyüktür. Ve EFG üçgeni EGF açısından büyük EFG açısına sahip olduğu ve büyük açılar büyük kenarlar tarafından karşılandığı için [Belit 1.19], EG kenarı da böylece EF kenarından büyüktür. Fakat EG, BC'ye eşittir. O halde BC de EF'den büyüktür.

Böylece, iki üçgen, diğerinin karşılıklı iki kenarına eşit iki kenara sahipse, fakat birindeki bu eşit karşılıklı kenarların kapsadığı açı diğerindeki (benzer) açıdan daha büyük ise, o zaman bu üçgenin tabanı da diğerininkinden daha büyüktür. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 25.

Eğer iki üçgen sırasıyla diğerinin iki kanarına eşit iki kenara sahipse, fakat birinin tabanı diğerininkinden büyükse, o zaman bu üçgenin diğerinin kenarlarına eşit kenarlarının kavradığı açı da diğerinin karşılık gelen açısından büyüktür.

ABC ve DEF, AB ve AC gibi iki kenarın sırasıyla DE ve DF gibi iki kenara eşit olduğu iki üçgen olsun, yani AB, DE'ye, AC, DF'ye. Ve BC tabanı EF tabanından büyük olsun. BAC açısının da EDF açısından büyük olduğunu söylüyorum.



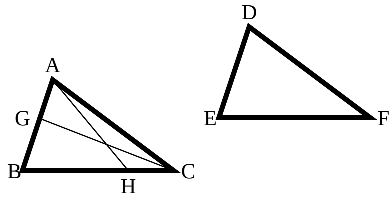
Eğer değilse, emin olunuz ki BAC EDF'ye ya eşittir yada ondan küçüktür. Gerçekte, BAC, EDF'ye eşit değildir. Öyle olsaydı BC tabanının da EF tabanına eşit olması gerekirdi [Belit 1.4]. Fakat değildir. O halde, BAC açısı, EDF açısına eşit değildir. Ne de, gerçekten, BAC, EDF'den küçüktür. Öyle olsaydı BC tabanının da EF tabanından küçük olması gerekirdi [Belit 1.24]. Fakat böyle değildir. O halde, BAC açısı, EDF açısından küçük değildir. Fakat diğer yandan BAC'nin EDF'ye eşit olmadığı gösterilmişti. O halde, BAC, EDF'den büyüktür.

O halde, eğer iki üçgen sırasıyla diğerinin iki kanarına eşit iki kenara sahipse, fakat birinin tabanı diğerininkinden büyükse, o zaman bu üçgenin diğerinin kenarlarına eşit kenarlarının kavradığı açı da diğerinin karşılık gelen açısından büyüktür. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 26.

Eğer iki üçgende birinin iki açısı sırasıyla bir diğerinin iki açısına eşit, ve bir kenar diğerinin bir kenarına- gerçekte eşit açıların kenarları yada eşit açıları karşılayan kenarlar- eşitse, o zaman kalan kenarlar da bir diğerinin karşılık gelen kenarlarına ve kalan açı da bir diğerinin kalan açısına eşit olur.

ABC ve DEF, ABC ve BCA açılarının sırasıyla DEF ve EFD açılarına eşit olduğu iki üçgen olsun. Yani ABC, DEF'ye ve BCA, EFD'ye. Ve aynı zamanda bir kenar diğerinin bir kenarına eşit olsun. Öncelikle, eşit açıların kenarları. Yani BC, EF'ye. Kalan kenarların da karşılık gelen kenarlara eşit olacağını söylüyorum. Yani AB, DE'ye ve AC, DF'ye eşit. Ve kalan açı da diğer kalan açıya eşit. Yani BAC, EDF'ye eşit.



Eğer AB, DE'ye eşit değilse o zaman biri diğerinden büyüktür. AB daha büyük olsun ve BG, DE'ye eşit kılınsın [Belit 1.3] ve GC birleştirilsin.

Böylece, BG, DE'ye ve BC, EF'ye eşit olduğu için GB ile BC düz çizgileri sırasıyla DE ile EF'ye eşit olur. Ve GBC açısı, DEF açısına eşittir. O halde, GC tabanı, DF tabanına eşit, ve GBC üçgeni, DEF üçgenine eşit, ve eşit kenarları karşilayan kalan açılar karşılık ğelen kalan açılara eşit olur [Belit 1.4]. Böylece, GCB, DFE'ye eşittir. Fakat DFE'nin, BCA'ya eşit olduğu varsayılmıştı. O halde, BCG de, BCA'ya eşittir, küçük olan büyük olana. Böyle bir şey mümkün değildir. O halde AB'nin DE'ye eşit olmadığı doğru değildir. O halde bunlar eşittir. Ve BC de, EF'ye eşittir. Demek ki AB ile BC düz çizgileri sırasıyla DE ile EF düz çizgilerine eşittir. Ve ABC açısı, DEF açısına eşittir. O halde, AC tabanı, DF tabanına, ve kalan BAC açısı, kalan EDF açısına eşittir [Belit 1.4].

Fakat, gene, eşit açıları karşılayan kenarlar eşit olsun; örneğin AB, DE'ye eşit olsun. Yine kalan kenarların kalan kenarlara eşit olacağını söylüyorum. Yani AC, DF'ye ve BC, EF'ye. Daha da ötesi, kalan BAC açısı, kalan EDF açısına eşit olur.

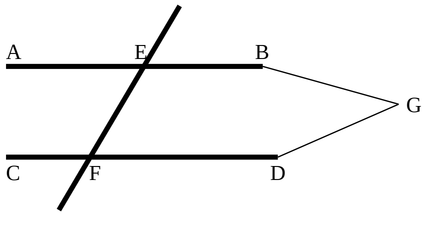
Eğer BC, EF'ye eşit değilse biri diğerinden büyüktür. Mümkünse, BC daha büyük olsun. Ve BH, EF'ye eşit kılınsın [Belit 1.3] ve AH birleştirilmiş olsun. Ve BH, EF'ye, ve AB, DE'ye eşit olduğu için, AB ile BH düz çizgileri sırasıyla DE ile EF düz çizgilerine eşittir. Ve bunların çevrelediği açılar da eşittir. O halde, AH tabanı, DF tabanına eşit, ve ABH üçgeni, DEF üçgenine eşit, ve kalan eşit kenarların karşı açıları karşılık gelen açılara eşit olacaktır [Belit 1.4]. O halde, BHA açısı, EFD açısına eşittir. Fakat EFD, BCA'ya eşittir. Demek ki, AHC üçgeninde, BHA dış açısı zıt iç açı BCA'ya eşittir. Böyle bir şey mümkün değildir [Belit [1.16]. O halde, BC'nin, EF'ye eşit olmadığı doğru değildir. O halde bunlar eşittir. VE AB de, DE'ye eşittir. Demek ki AB ile BC düz çizgileri sırasıyla DE ile EF düz çizgilerine eşittir. Ve bunlar eşit açıları çevreler. O halde, AC tabanı, DF tabanına, ve ABC üçgeni, DEF üçgenine, ve kalan BAC açısı, kalan EDF açısına eşittir [Belit 1.4].

Böylece, eğer iki üçgende birinin iki açısı sırasıyla bir diğerinin iki açısına eşit, ve bir kenar diğerinin bir kenarına-gerçekte eşit açıların kenarları yada eşit açıları karşılayan kenarlar- eşitse, o zaman kalan kenarlar da bir diğerinin karşılık gelen kenarlarına ve kalan açı da bir diğerinin kalan açısına eşit olur. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 27.

Eğer iki düz çizgiden geçen bir düz çizginin (bu çizgilerle) yaptığı alternatif açılar birbirine eşitse o zaman bu iki düz çizgi birbirine paraleldir.

AB ve CD düz çizgilerinden geçen EF düz çizgisi alternatif açılar AEF ve EFD'yi birbirine eşit kılsın. AB ve CD'nin paralel olduğunu söylüyorum.



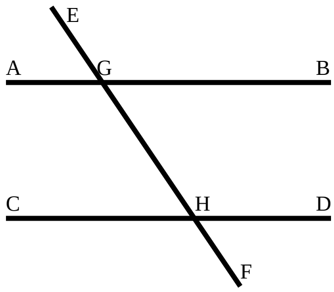
Eğer değilse, uzatıldıklarında, AB ve CD kesinlikle buluşacaklardır; ya B ve D yönünde yada A ve C yönünde [Tanım 1.23]. Uzatılsınlar ve B ve D yönünde G noktasında buluşsunlar. Demek ki, GEF üçgeni için, AEF dış açısı zıt yöndeki EFG iç açısına eşit olur. Böyle bir şey mümkün değildir [Belit 1.16]. Böylece, uzatıldıklarında, AB ve CD, B ve D yönünde buluşmazlar. Benzer şekilde, ne de A ve C yönünde buluşmayacakları gösterilebilir. Fakat ne o yönde ne de bu yönde buluşmayan düz çizgiler paraleldir [Tanım 1.23]. O halde AB ve CD paraleldir.

Böylece eğer iki düz çizgiden geçen bir düz çizginin (bu çizgilerle) yaptığı alternatif açılar birbirine eşitse o zaman bu iki düz çizgi birbirine paraleldir. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 28.

Eğer iki düz çizgiden geçen bir düz çizgi bir dış açısını, aynı tarafta kalan ve diğer çizgiyle yaptığı iç açıya eşit kılıyorsa, yada aynı tarafta kalan iki iç açısı bir dik açıya eşitse, o zaman bu iki düz çizgi birbirine paraleldir.

AB ve CD düz çizgilerinden geçen EF düz çizgisi, EGB dış açısını diğer çizgiyle yaptığı iç açı GHD'ye eşit kılsın, yada aynı kenardaki iç açılar BGH ve GHD bir dik açıya eşit olsun. AB'nin CD'ye paralel olduğunu söylüyorum.



Birincisi, EGB, GHD'ye eşit olduğu halde, EGB, AGH'ye eşittir [Belit 1.15]. AGH de o halde GHD'ye eşittir. Ve bunlar alternatif açılardır. O halde, AB, CD'ye paraleldir [Belit 1.27].

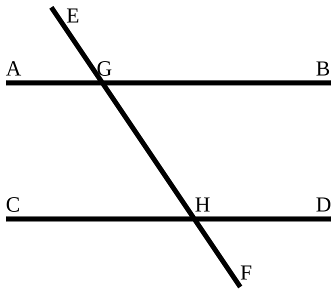
Yine, ikinci olarak, BGH ve GHD bir dik açıya eşit, ve AGH ve BGH de bir dik açıya eşit olduğu [Belit 1.13] için, AGH ve BGH toplamı böylece BGH ve GHD toplamına eşittir. BGH her iki toplamdan çıkarılsın. Böylece kalan AGH, kalan GHD'ye eşit olur. Ve bunlar alternatif açılardır. O halde, AB, CD'ye paraleldir [Belit 1.27].

Böylece eğer iki düz çizgiden geçen bir düz çizgi bir dış açısını, aynı tarafta kalan ve diğer çizgiyle yaptığı iç açıya eşit kılıyorsa, yada aynı tarafta kalan iki iç açısı bir dik açıya eşitse, o zaman bu iki düz çizgi birbirine paraleldir. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 29.

İki paralel düz çizgiden geçen bir düz çizgi alternatif açılarını birbirine eşit, dış açısını aynı tarafta kalan ve diğer çizgiyle yaptığı iç açıya eşit ve aynı tarafta kalan iki iç açısını bir dik açıya eşit kılar.

EF düz çizgisi, AB ve CD paralel düz çizgilerinden geçsin. Bunun AGH ile GHD alternatif açılarını eşit, EGB dış açısını aynı kenarda bulunan ve diğer çizgiyle yaptığı GHD iç açısına eşit, ve BGH ve GHD iç açılarını birlikte bir dik açıya eşit kıldığını söylüyorum.



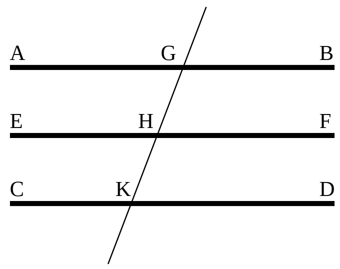
Eğer AGH, GHD'ye eşit değilse, o zaman bunlardan biri daha büyüktür. AGH daha büyük olsun. BGH her ikisine eklenmiş olsun. O halde AGH ve BGH toplamı, BGH ve GHD toplamından büyüktür. Fakat AGH ve BGH toplamı iki dik açıya eşittir [Belit 1.13]. O halde, BGH ve GHD toplamı da iki dik açıdan küçüktür. Fakat iki dik açıdan küçük iç açıları yönünde sonsuza doğru uzatılan düz çizgiler buluşurlar [Post. 5]. O halde sonsuza doğru uzatılan AB ve CD buluşacaklardır. Fakat birbirlerine paralel olduğu varsayımına istinaden bunlar buluşmazlar [Tanım 1.23]. O halde AGH'nin GHD'ye eşit olmadığı doğru değildir. O halde eşittirler. Fakat AGH, EGB'ye eşittir [Belit 1.15]. Ve EGB de o halde GHD'ye eşittir. BGH her ikisine de eklensin. O halde EGB ile BGH toplamı, BGH ile GHD toplamına eşittir. Fakat EGB ve BGH iki dik açıya eşittir [Belit 1.13]. O halde BGH ve GHD toplamı da iki dik açıya eşittir.

O halde iki düz çizgiden geçen bir düz çizgi alternatif açılarını birbirine eşit, dış açısını aynı tarafta kalan ve diğer çizgiyle yaptığı iç açıya eşit ve aynı tarafta kalan iki iç açısını bir dik açıya eşit kılar. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 30.

Aynı düz çizgiye paralel düz çizgiler birbirlerine de paraleldir.

AB ve CD düz çizgilerinin her biri EF'ye paralel olsun. AB'nin de CD'ye paralel olduğunu söylüyorum.



GK düz çizgisi AB,CD ve EF üzerinden geçsin.

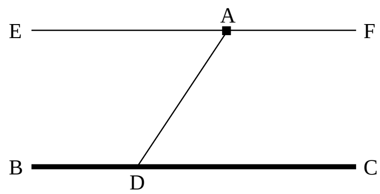
Ve GK düz çizgisi, AB ve EF paralel düz çizgileri üzerinden geçtiği için, AGK açısı, o halde GHF açısına eşit olur [Belit 1.29]. Yine GK düz çizgisi, EF ve CD paralel düz çizgileri üzerinden geçtiği için, GHF açısı, o halde GKD açısına eşit olur [Belit 1.29]. Fakat AGK'nin de GHF'ye eşit olduğu gösterilmişti. O halde, AGK de, GKD'ye eşittir. Ve bunlar alternatif açılardır. O halde, AB, CD'ye paraleldir [Belit 1.27].

[O halde aynı düz çizgiye paralel düz çizgiler birbirlerine de paraleldir.] Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 31.

Verilen bir düz çizgiye verilen bir noktadan geçen bir düz çizgi çizmek.

A verilen nokta ve BC verilen düz çizgi olsun. O halde, BC düz çizgisine, A noktasından geçen paralel bir düz çizgi çizilmesi gerekmektedir.



D noktası, BC üzerinde rastgele alınmış ve AD birleştirilmiş olsun. Ve ADC açısına eşit bir DAE açısı, DA düz çizgisi üzerindeki A noktasında oluşturulmuş olsun [Belit 1.23]. Ve EA ile bir düz çizgi oluşturacak şekilde AF düz çizgisi üretilsin.

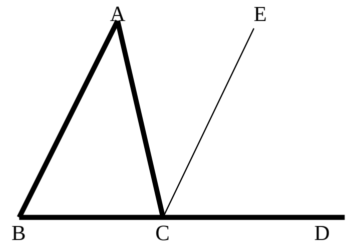
Ve BC ve EF düz çizgilerinden geçen AD düz çizgisi alternatif açılar EAD ve ADC'yi birbirine eşit kıldığı için EAF böylece BC'ye paralel olur [Belit 1.27].

O halde EAF düz çizgisi verilen verilen A noktasından geçecek ve verilen BC düz çisgisine paralel olacak şekilde çizilmiştir. Bu da tam yapılması talep edilen şeydir.

Belit 32.

Herhangi bir üçgende, eğer kenarlardan biri uzatılırsa oluşan dış açı iki iç ve diğer taraftaki açıya eşit olur,ve üç iç açının toplamı iki dik açı eder.

ABC bir üçgen, ve bunun kenarlarından biri olan BC, D'ye doğru uzatılmış olsun. Dış açı ACD'nin iki iç ve zıt yöndeki açılar CAB ve ABC'nin toplamına eşit, ve üçgenin üç iç açısının-ABC,BCA ve CAB-iki dik üçgene eşit olduğunu söylüyorum.



CE, C noktasından itibaren AB düz çizgisine paralel olacak şekilde çizilmiş bulunsun [Belit 1.31].

Ve AB, CE'ye paralel ve AC bunların üzerinden geçtiği için, alternatif açılar BAC ve ACE birbirlerine eşittir [Belit 1.29]. Yine AB, CE'ye paralel ve BD düz çizgisi bunlardan geçtiği için, ECD dış açısı diğer taraftaki ABC iç açısına eşittir [Belit 1.29]. Fakat ACE'nin BAC'ye eşit olduğu gösterilmişti. O halde ACD açısının bütünü diğer taraftaki BAC ABC iç açılarının toplamına eşittir.

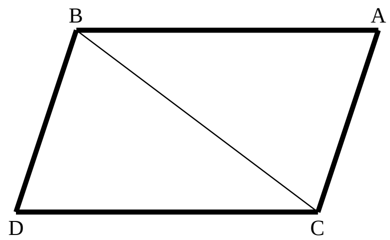
ACB her ikisine de eklenmiş olsun. O halde ACD ve ACB toplamı Üç açının, ABC,BCA ve CAB'nin toplamına eşittir. Fakat ACD ile ACB toplamı iki dik açıya eşittir [Belit 1.13]. O halde ACB,CBA ve CAB de iki dik açıya eşittir.

Böylece herhangi bir üçgende, eğer kenarlardan biri uzatılırsa oluşan dış açı iki iç ve diger taraftaki açıya eşit olur ve üç iç açının toplamı iki dik açı eder. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 33.

Eşit ve paralel düz çizgilerin aynı taraflarını birleştiren düz çizgilerin kendileri de eşit ve paraleldir.

AB ve CD eşit ve paralel olsun ve AC ile BD düz çizgileri bunları aynı taraflarından birleştirsin. AC ve BD'nin de eşit ve paralel olduğunu söylüyorum.



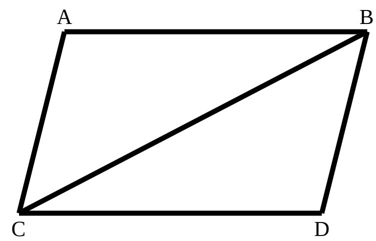
BC birleştirilmiş olsun. Ve AB, CD'ye paralel ve BC bunların üzerinden geçtiği için, alternatif açılar ABC ve BCD birbirlerine eşittir [Belit 1.29]. Ve AB, CD'ye eşit ve BC ortak [kenar] olduğu için, AB ile BC düz çizgileri DC ile CB düz çizgilerine eşittir. Ve ABC açısı, BCD açısına eşittir. O halde AC tabanı, BD tabanına, ve ABC üçgeni, DCB üçgenine ve birindeki eşit kenarların çevrelediği kalan açılar diğerinin karşılık gelen açılarına eşittir [Belit 1.4]. O halde, ACB açısı, CBD'ye eşittir. Hem de, AC ile BD düz çizgilerinden geçen BC düz çizgisi, alternatif açıları(ACB ve CBD) birbirine eşit kılmış olduğu için, AC böylece BD'ye paraleldir [Belit 1.27]. Ve AC'nin de BD'ye eşitliği gösterilmişti.

O halde eşit ve paralel düz çizgilerin aynı taraflarını birleştiren düz çizgilerin kendileri de eşit ve paraleldir. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 34.

Paralelkenar şekillerde zıt kenarlar ve açılar birbirlerine eşittir ve bir köşegen bunları yarıya böler.

ACDB bir paralelkenar ve BC onun köşegeni olsun. ACDB paralelkenarı için, zıt kenarların ve açıların birbirine eşit ve BC köşegeninin bunu ikiye böldüğünü söylüyorum.



AB, CD'ye paralel olduğu ve BC düz çizgisi bunların üzerinden geçtiği için, alternatif açılar ABC ve BCD birbirlerine eşittir [Belit 1.29]. Yine AC, BD'ye paralel ve BC düz çizgisi bunların üzerinden geçtiği için, alternatif açılar ACB ve CBD birbirlerine eşittir [Belit 1.29]. Bu durumda ABC ve BCD, ABC ile BCA açılarının sırasıyla BCD ile CBD açılarına eşit olduğu, ve birinin bir kenarının diğerinin bir kenarına eşit olduğu- eşit açılara bitişik ve ortak olan kenar, BC- iki üçgendir. O halde, bunlarda, aynı zamanda, birinin kalan kenarları diğerinin karşılık gelen kenarlarına da, ve birinin kalan açısı diğerinin kalan açısına da eşittir [Belit 1.26]. O halde, AB kenarı, CD kenarına ve AC, BD'ye eşittir. Dahası, BAC açısı CDB açısına eşittir. Ve ABC açısı, BCD'ye ve CBD, ACB'ye eşit olduğu için, bütün ABD açısı böylece bütün ACD açısına eşittir. Ve BAC'nin CDB'ye eşit olduğu da gösterilmişti.

O halde, paralelkenar şekillerde zıt kenarlar ve açılar birbirine eşittir.

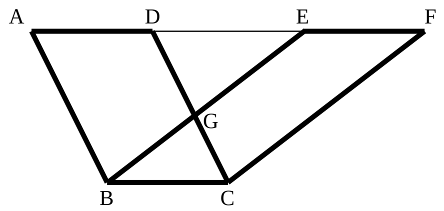
Ve bir köşegenin bunları ikiye böldüğünü de söyledim. AB, CD'ye eşit ve BC ortak olduğu için, AB ile BC düz çizgileri sırasıyla DC ile CB düz çizgilerine eşittir. Ve ABC açısı, BCD açısına eşittir. O halde AC tabanı, DB'ye de eşit ve ABC üçgeni, BCD üçgenine eşittir [Belit 1.4].

Böylece BC köşegeni, ACDB paralelkenarını yarıya keser. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 35.

Aynı tabana sahip ve aynı paraleller arasındaki paralelkenarlar birbirine eşittir.

ABCD ve EBCF, aynı BC tabanına sahip ve aynı paraleller, AF ile BC arasında olan paralelkenarlar olsun. ABCD'nin EBCF paralelkenarına eşit olduğunu söylüyorum.



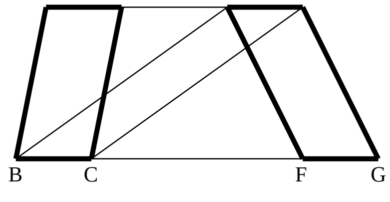
ABCD bir paralelkenar olduğu için, AD, BC'ye eşittir [Belit 1.34]. Bu durumda, aynı sebeplerden, EF de BC'ye eşittir. Bu durumda, AD, EF'ye de eşittir. Ve DE ortaktır. Böylece, bütün AE düz çizgisi, bütün DF düz çizgisine eşittir. Ve AB, DC'ye de eşittir. O halde EA ile AB düz çizgileri sırasıyla, FD ile DC düz çizgilerine eşittir. Ve FDC açısı, EAB açısına, dış açı, iç açıya eşittir [Belit 1.29]. Böylece, EB tabanı, FC tabanına eşit olur ve EAB üçgeni, DFC üçgenine eşit olacaktır [Belit 1.4]. DGE ikisinden çıkarılmış olsun. Böylece kalan yamuk ABGD, kalan yamuk EGCF'ye eşit olur. GBC üçgeni her ikisine eklensin. Böylece bütün ABCD paralelkenarı, bütün EBCF paralelkenarına eşit olur.

Böylece aynı tabana sahip ve aynı paraleller arasındaki paralelkenarlar birbirine eşittir. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 36.

Eşit tabanlar üzerinde ve aynı paraleller arasındaki paralelkenarlar birbirine eşittir.

ABCD ile EFGH, eşit tabanlar BC ile FG üzerinde, ve aynı paraleller AH ile BG arasındaki paralelkenarlar olsun. ABCD paralelkenarının, EFGH'ye eşit olduğunu söylüyorum.



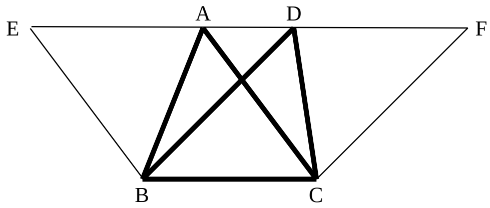
BE ile CH birleştirilmiş olsun. Ve BC, FG'ye, fakat FG, EH'ye eşit olduğu [Belit1.34] için, BC, böylece EH'ye eşittir. Ve bunlar hem de paraleldir, ve EB ile HC bunları birleştirir. Fakat eşit ve paralel düz çizgileri aynı taraftan birleştiren düz çizgilerin kendileri eşit ve paraleldir [Belit 1.33] [böylece EB ile HC de eşit ve paraleldir]. Böylece EBCH bir paralelkenar [Belit 1.34] ve ABCD'ye eşittir. ABCD ile aynı BC tabanına sahip ve aynı BC ve AH paralelleri arasında olduğu için [Belit 1.35]. O halde, aynı nedenlerden dolayı, EFGH de aynı paralelkenara, EFGH'ye eşittir. O halde ABCD paralelkenarı da EFGH'ye eşittir.

Böylece eşit tabanlar üzerinde ve aynı paraleller arasındaki paralelkenarlar birbirine eşittir. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 37.

Aynı tabanlar üzerinde ve aynı paraleller arasında bulunan üçgenler birbirine eşittir.

ABC ile DBC aynı BC tabanını üzerinde ve aynı AD ve BC paralelleri arasında bulunan üçgenler olsun. ABC üçgeninin DBC üçgenine eşit olduğunu söylüyorum.



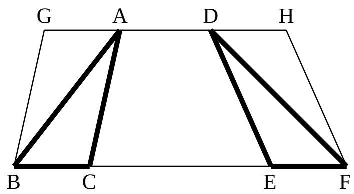
AD, her iki yönde E ile F'ye doğru uzatılmış, ve CA'ya paralel BE çizgisi, B noktasından geçerek çizilmiş, ve BD'ye paralel CF çizgisi, C noktasından geçerek çizilmiş olsun. Böylece, EBCA ve DBCF'nin her ikisi de paralelkenar ve birbirine eşittir. Aynı BC tabanına sahip ve aynı BC ile EF paralelleri arasında oldukları için [Belit 1.35]. Ve ABC üçgeni, EBCA paralelkenarının yarısıdır. AB köşegeni paralelkenarı yarıya böldüğü için [Belit 1.34]. Ve DBC üçgeni, DBCF paralelkenarının yarısıdır. DC köşegeni paralelkenarı yarıya böldüğü için [Belit 1.34] [Ve eşit şeylerin yarıları birbirlerine eşit oldukları için]. Böylece, ABC üçgeni, DBC üçgenine eşittir.

Böylece, aynı tabanlar üzerinde ve aynı paraleller arasında bulunan üçgenler birbirine eşittir. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 38.

Eşit tabanlar üzerinde ve aynı paraleller arasında bulunan üçgenler birbirine eşittir.

ABC ile DEF, eşit BC ve EF tabanları üzerinde ve aynı BF ve AD paralelleri arasında bulunan üçgenler olsun. ABC üçgeninin, DEF üçgenine eşit olduğunu söylüyorum.



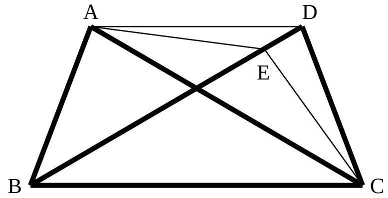
AD her iki yönde, G ile H'ye doğru uzatılmış ve CA'ya paralel BG çizgisi, B noktasından geçerek çizilmiş [Belit 1.31] ve DE'ye paralel FH çizgisi, F noktasından geçerek çizilmiş olsun. Böylece, GBCA ve DEFH'nin her ikisi de paralelkenardır. Ve GBCA, DEFH'ye eşittir. Eşit BC ve EF tabanı üzerinde ve aynı BF ile GH paralelleri arasında oldukları için [Belit 1.36]. Ve ABC üçgeni, GBCA paralelkenarının yarısıdır. AB köşegeni, paralelkenarı yarıya böldüğü için [Belit 1.34] [Ve eşit şeylerin yarıları birbirlerine eşit oldukları için]. Böylece, ABC üçgeni, DBC üçgenine eşittir.

Böylece eşit tabanlar üzerinde ve aynı paraleller arasında bulunan üçgenler birbirine eşittir. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 39.

Aynı tabanlar üzerinde ve aynı taraftaki eşit üçgenler aynı paraleller arasında da bulunurlar.

ABC ve DBC, aynı BC tabanı üzerinde ve aynı taraftaki eşit üçgenler olsun. Bunların aynı zamanda aynı paraleller arasında bulunduğunu söylüyorum.



AD birleştirilmiş olsun. AD ve BC'nin paralel olduğunu söylüyorum.

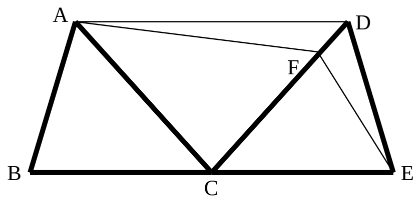
Eğer değilse, BC'ye paralel AE çizgisi, A noktasından geçerek çizilmiş [Belit 1.31], ve EC birleştirilmiş olsun. Böylece, ABC Üçgeni, EBC üçgenine eşittir. Onunla aynı tabana sahip, ve aynı paraleller arasında olduğu için [Belit 1.37]. Fakat ABC, DBC'ye eşittir. Böylece, DBC de, EBC'ye, büyük, küçüğe eşittir. Bu da imkansızdır. Böylece, AE, BC'ye paralel değildir. Ne de AD'den başkasına olduğunu benzer şekilde gösterebiliriz. Böylece, AD, BC'ye paraleldir.

Böylece, aynı tabanlar üzerinde ve aynı taraftaki eşit üçgenler aynı paraleller arasında da bulunurlar. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 40.

Eşit tabanlar üzerinde ve aynı taraftaki eşit üçgenler aynı paraleller arasında da bulunurlar.

ABC ve CDE, sırasıyla eşit tabanlar BC ve CE üzerinde ve BE'nin aynı tarafında bulunsunlar. Bunların aynı paraleller arasında da bulunduğunu söylüyorum.



AD birleştirilmiş olsun. AD'nin, BE'ye paralel olduğunu söylüyorum.

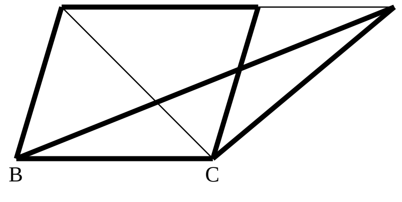
Eğer değilse, BE'ye paralel AF, A noktasından geçerek çizilmiş [Belit 1.31], ve FE birleştirilmiş olsun. Böylece, ABC Üçgeni, FCE üçgenine eşittir. Onunla eşit tabanlara, BC ve CE'ye sahip, ve aynı paraleller, BE ve AF arasında olduğu için [Belit 1.37]. Fakat ABC, DCE'ye eşittir. Böylece, DCE de, FCE üçgenine, büyük, küçüğe eşittir. Bu da tam olarak imkansızdır. Böylece, AF, BE'ye paralel değildir. Ne de AD'den başkasına [paralel] olduğunu benzer şekilde gösterebiliriz. Böylece, AD, BE'ye paraleldir.

Böylece, eşit tabanlar üzerinde ve aynı taraftaki eşit üçgenler aynı paraleller arasında da bulunurlar. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 41.

Eğer bir paralelkenar bir üçgenle aynı tabana sahip ve aynı paraleller arasında ise paralelkenar üçgenin iki katıdır.

ABCD paralelkenarı, EBC üçgeniyle aynı BC tabanına sahip ve aynı paraleller, BC ile AE arasında bulunsun. ABCD paralelkenarının, BEC üçgeninin iki katı olduğunu söylüyorum.



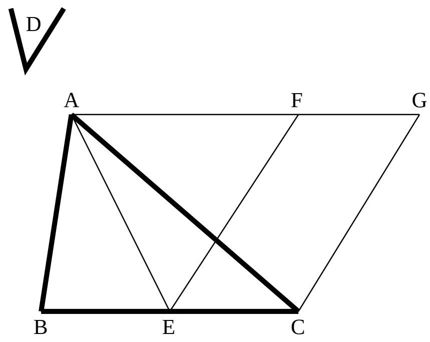
AC birleştirilmiş olsun. O halde, ABC üçgeni, EBC üçgenine eşittir. EBC ile aynı BC tabanı üzerinde ve aynı paraleller, BC ve AE arasında olduğu için [Belit 1.37]. Fakat ABCD paralelkenarı, ABC üçgeninin iki katıdır. AC köşegeni paralelkenarı yarıya böldüğü için [Belit 1.34]. O halde ABCD paralelkenarı da EBC üçgeninin iki katıdır.

Böylece eğer bir paralelkenar bir üçgenle aynı tabana sahip ve aynı paraleller arasında ise paralelkenar üçgenin iki katıdır. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 42.

Verilen bir üçgene eşit bir paralelkenarı verilen bir düzgen açıda inşa etmek.

ABC verilen üçgen, ve D verilen düzgen açı olsun. O halde ABC üçgenine eşit bir paralelkenarı, D düzgen açısında oluşturmak gerekmektedir.



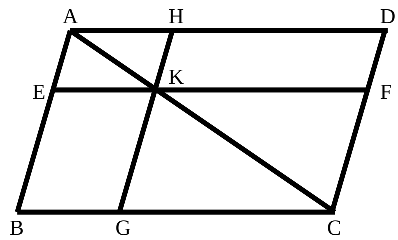
BC, E noktasında yarıya kesilmiş [Belit 1.10], ve AE birleştirilmiş olsun. Ve D açısına eşit CEF (açısı) EC düz çizgisi üzerindeki E noktasında oluşturulmuş olsun [Belit 1.23]. Ve EC'ya paralel AG, A noktasından itibaren çizilmiş [Belit 1.31], ve EF'ye paralel CG, C'den itibaren çizilmiş olsun [Belit 1.31]. Böylece, FECG bir paralelkenardır. Ve BE, EC'ye eşit olduğu için, ABE üçgeni de AEC üçgenine eşittir. Eşit tabanlar, BE ve EC üzerinde ve aynı paraleller BC ile AG arasında oldukları için [Belit 1.38]. Böylece, ABC üçgeni, AEC üçgeninin iki katıdır. Ve FECG paralelkenarı da AEC üçgeninin iki katıdır. AEC üçgeni ile aynı tabana sahip ve onunla aynı paraleller arasında oldukları için [Belit 1.41]. Böylece FECG paralelkenarı, ABC üçgenine eşittir. Hem de verilen D'ye (açısına) eşit CEF açısına sahiptir.

Böylece, verilen ABC üçgenine eşit FECG paralelkenarı, verilen D'ye eşit CEF açısına sahip olarak oluşturulmuş oldu. Bu da tam yapılması talep edilen şeydir.

Belit 43.

Herhangi bir paralelkenar için, köşegen etrafındaki tümleyici paralelkenarlar birbirine eşittir.

ABCD bir paralelkenar, ve AC onun köşegeni olsun. Ve EH ile FG, AC etrafındaki paralelkenarlar, ve BK ile KD, tümleyici denilenler olsun. Tümleyici BK'nin, tümleyici KD'ye eşit olduğunu söylüyorum.



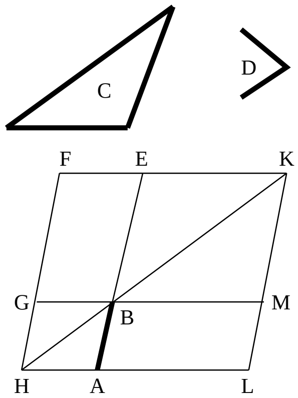
ABCD paralelkenar, ve AC bunun köşegeni olduğu için, ABC üçgeni, ACD üçgenine eşittir [Belit 1.34]. Yine EH bir paralelkenar ve AK bunun köşegeni olduğu için, AEK üçgeni, AHK üçgenine eşittir [Belit 1.34]. O halde, aynı sebeblerden KFC üçgeni de, KGC'ye eşittir. Buradan, AEK üçgeni, AHK üçgenine ve KFC, KGC'ye eşit olduğu için, AEK üçgeni artı KGC, AHK üçgeni artı KFC'ye eşittir. Ve hem de ABC üçgeninin tümü ADC'nin tümüne eşittir. Böylece kalan tümleyici BK, kalan tümleyici KD'ye eşittir.

Böylece herhangi bir paralelkenar için, köşegen etrafındaki tümleyici paralelkenarlar birbirine eşittir. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 44.

Verilen bir üçgene eşit bir paralelkenarı verilen bir düz çizgiye verilen bir açıda uygulamak.

AB verilen düz çizgi, C verilen üçgen ve D verilen açı olsun. O halde verilen C üçgenine eşit bir paralelkenarı, verilen AB düz çizgisine verilen D açısında uygulamak gerekmektedir.



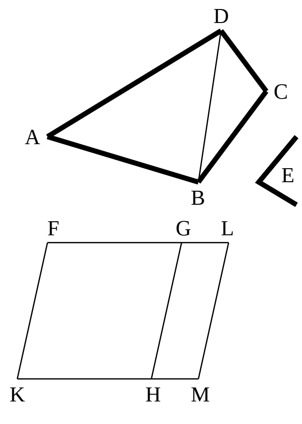
C üçgenine eşit BEFG paralelkenarı, D'ye eşit EBG açısında oluşturulmuş olsun [Belit 1.42]. Ve o şekilde yerleştirilmiş olsun ki, BE, AB'nin uzantısı olsun. Ve FG, H'ye doğru uzatılmış, ve AH , A üzerinden ya BG'ye yada EF'ye paralel olacak şekilde uzatılmış [Belit 1.31], ve HB birleştirilmiş olsun. Ve HF düz çizgisi, AH ve EF paralelleri üzerinden geçtiği için AHF ve HFE açıları birlikte böylece iki dik açıya eşittir [Belit 1.29]. Böylece BHG ve GFE birlikte iki dik açıdan küçüktür. Ve (toplamı iki dik açıdan küçük iç açılardan) sonsuza doğru uzatılan (düz çizgiler) buluşur [Post. 5]. Böylece, uzatıldıklarında, HB ile FE buluşacaklardır. Uzatılmış ve K'de buluşmuş olsunlar. Ve KL, K üzerinden ya HA'ya yada FH'ye paralel olacak şekilde çizilmiş olsun [Belit 1.31]. Ve HA ile GB (sırasıyla) L ile M noktalarına doğru uzatılmış olsun. Böylece HLKF bir paralelkenar ve HK bunun köşegenidir. Ve AG ile ME paralelkenar, ve LB ile BF, HK etrafında, tümleyici denilenlerdir. Böylece, LB, BF'ye eşittir [Belit 1.43]. Fakat BF, C üçgenine eşittir. Böylece LB de C'ye eşittir. Hem de, GBE açısı, ABM'ye eşit [Belit 1.15], fakat GBE, D'ye eşit olduğu için, ABM de böylece D açısına eşittir.

Böylece verilen C üçgenine eşit LB paralelkenarı, verilen AB düz çizgisine D'ye eşit ABM açısında uygulanmış olur. Bu da tam yapılması talep edilen şeydir.

Belit 45.

Verilen bir düzgen şekle eşit bir paralelkenarı verilen bir düzgen açıda oluşturmak.

ABCD verilen bir düzgen şekil, ve E verilen düzgen açı olsun. O halde ABCD düzgen şekline eşit bir paralelkenarı verilen E açısında oluşturmak gerekmektedir.



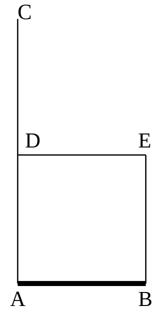
DB birleştirimiş, ve ABD üçgenine eşit FH paralelkenarı E'ye eşit HKF açısında oluşturulmuş olsun [Belit 1.42]. Ve DBC üçgenine eşit GM paralelkenarı GH düz çizgisine E'ye eşit GHM açısında uygulanmış olsun [Belit 1.44]. Ve E açısı, HKF ve GHM'nin (açılarının) her birine eşit olduğu için, HKF de böylece GHM'ye eşit olur. KHG her ikisine de eklenmiş olsun. Böylece FKH ve KHG (toplamları), KHG ve GHM'ye (toplamlarına) eşittir. Fakat FKH ve KHG (toplamları) iki dik açıya eşittir [Belit 1.29]. Böylece KHG ve GHM de (toplamları da) iki dik açıya eşittir. O halde aynı tarafta uzanmayan KH ve HM düz çizgileri bir GH düz çizgisiyle, H noktasında, (toplamları) iki dik açıya eşit, bitişik açılar yapar. Böylece, KH, HM'ye doğrudur(aynı yönde uzanır) [Belit 1.14]. Ve HG düz çizgisi, KM ve FG paralelleri üzerinden geçtiği için, alternatif açılar MHG ve HGF birbirlerine eşittir [Belit 1.29]. HGL her ikisine de eklenmiş olsun. Böylece MHG ve HGL (toplamları), HGF ve HGL'ye (toplamlarına) eşittir. Fakat MHG ve HGL (toplamları) iki dik açıya eşittir [Belit 1.29]. Böylece HGF ve HGL de (toplamları da) iki dik açıya eşittir. Böylece, FG, GL'ye doğrudur(aynı yönde uzanır) [Belit 1.14]. Ve FK, HG'ye, fakat hem de HG, ML'ye eşit ve paralel olduğu [Belit 1.34] için KF de böylece ML'ye eşit ve paraleldir [Belit 1.30]. Ve KM ile FL düz çizgileri bunları birleştirir. Böylece KM ile FL de bunlar gibi eşit ve paraleldir [Belit 1.33]. Böylece KFLM bir paralelkenardır. Ve ABD üçgeni, FH paralelkenarına, ve DBC, GM'ye eşit olduğu için, ABCD düzgen şeklinin bütünü böylece KFLM paralelkenarının bütününe eşit olur.

Böylece verilen ABCD düzgen şekline eşit KFLM paralelkenarı verilen E (açısına) eşit FKM açısında oluşturulmuş olur. Bu da tam yapılması talep edilen şeydir.

Belit 46.

Verilen bir düz çizgi üzerine bir kare çizmek.

AB verilen düz çizgi olsun. O halde AB düz çizgisi üzerine bir kare çizmek gerekmektedir.



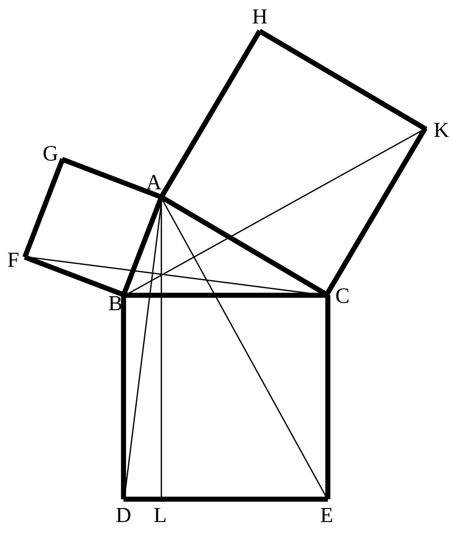
AC, A noktasında AB düz çizgisine dik açı yaparak çizilmiş [Belit 1.11], ve AD, AB'ye eşit yapılmış olsun [Belit 1.3]. Ve DE, AB'ye paralel olacak şekilde D noktasından geçerek çizilmiş [Belit 1.31], ve BE, AD'ye paralel olacak şekilde B noktasından geçerek çizilmiş [Belit 1.31] olsun. Böylece ADEB bir paralelkenardır. Buradan, AB, DE'ye ve AD, BE'ye eşittir [Belit 1.34]. Fakat AB, AD'ye eşittir. Böylece BA,AD,DE ve EB, dördü, (dört kenar), birbirlerine eşittir. Böylece ADEB paralelkenarı eşkenardır. O halde (bunun) dik açılı da olduğunu söylüyorum. AD düz çizgisi, AB ve DE paralellerinin üzerinden geçtiği için, BAD ve ADE açıları (toplamı) iki dik açıya eşittir [Belit [1.29]. Fakat BAD dik açı(dır). Böylece ADE de bir dik açı(dır). Ve paralelkenar şekiller için, zıt kenarlar ve açılar birbirine eşittir [Belit 1.34]. Böylece ABE ve BED zıt açılarının herbiri dik açılar(dır). Böylece ADEB dik açılıdır. Ve eşkenarlılığı (olduğu) da gösterilmişti.

Böylece (ADEB) karedir [Tanım 1.22]. Ve AB kenarı üzerine çizilmiştir. Bu da tam yapılması talep edilen şeydir.

Belit 47.

Dik açılı üçgenlerde dik açının karşısında yer alan kenarın üzerindeki kare, dik açıyı çevreleyen kenarların üzerindeki karelere (toplamına) eşittir.

ABC, BAC dik açısına sahip bir dik açılı üçgen olsun. BC üzerindeki karenin BA ve AC üzerindeki karelere (toplamlarına) eşit olduğunu söylüyorum.



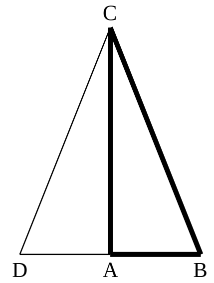
BDEC karesi BC üzerine, ve (kareler) GB ile HC (sırasıyla) AB ile AC üzerine çizilmiş olsun [Belit 1.46]. Ve AL, A noktasından ya BD yada CE'ye paralel olacak şekilde çizilmiş olsun [Belit 1.31]. Ve AD ile FC birleştirilmiş olsun. Ve BAC ve BAG açılarının herbiri dik açı olduğu için, aynı kenarda yer almayan iki duz çizgi olan AC ile AG, A noktasında bir BA düz çizgisi ile iki dik açıya eşit bitişik açılar yapar. Böylece, CA, AG doğrultusundadır [Belit 1.14]. O halde, aynı şekilde, BA da AH doğrultusundadır. Ve DBC açısı, FBA'ya eşit olduğu için, ikisi de dik açı çünkü, ABC her ikisine de eklenmiş olsun. Böylece DBA'nın (açısının) bütünü FBC'nin (açısının) bütününe eşit olur. Ve DB, BC'ye, ve FB, BA'ya eşit olduğu için, DB,BA ikilisi (iki düz çizgi), CB,BF ikilisine eşittir. Ve DBA açısı FBC açısına eşit. Böylece, AD tabanı, FC tabanına ve ABD üçgeni, FBC üçgenine eşittir [Belit 1.4]. Ve BL paralelkenarı, ABD üçgeninin iki katıdır. Aynı BD tabanına sahip ve aynı BD ile AL paralelleri arasında oldukları için [Belit 1.41]. Ve GB karesi, FBC üçgeninin iki katıdır. Gene aynı FB tabanına sahip ve aynı FB ile GC paralelleri arasında oldukları için [Belit 1.41]. [Ve eşit şeylerin iki katları birbirlerine eşittir]. Böylece BL paralelkenarı da GB karesine eşittir. O halde, benzer şekilde, AE ve BK çizilmiş olarak, CL paralelkenarının HC karesine eşit olduğu gösterilebilir. Böylece BDEC karesinin bütünü iki GB ve HC karesine (toplamına) eşittir. Ve BDEC, BC üzerine, ve (kareler) GB ile HC, (sırasıyla) BA ile AC üzerine çizilidir. Böylece BC kenarı üzerindeki kare, BA ve AC kenarı üzerindeki karelere (toplamına) eşittir.

Böylece dik açılı üçgenlerde dik açının karşısında yer alan kenarın üzerindeki kare, dik açıyı çevreleyen kenarların üzerindeki karelere (toplamına) eşittir. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.

Belit 48.

Eğer bir üçgenin bir kenarının üzerindeki kare kalan iki kenarın üzerindeki karelere (toplamına) eşitse, kalan iki kenarın çerçevelediği açı bir dik açıdır.

ABC üçgeninin kenarlarından biri, BC üzerindeki kare, BA ve AC kenarları üzerindeki karelere (toplamlarına eşit olsun. BAC açısının bir dik açı olduğunu söylüyorum.



AD, A noktasından AC düz çizgisine dik açılı olarak çizilmiş [Belit 1.11], ve AD, BA'ya eşit kılınmış [Belit 1.3], ve DC birleştirilmiş olsun. DA, AB'ye eşit olduğu için DA üzerindeki kare de böylece AB üzerindeki kareye eşit olur. AC üzerindeki kare her ikisine de eklensin. Böylece DA ve AC üzerindeki kareler (toplamı) BA ve AC üzerindeki karelere (toplamına) eşittir. Fakat DC üzerindeki (kare) DA ve AC üzerindekilere (toplamlarına) eşittir. DAC bir dik açı olduğu için [Belit 1.47]. Fakat BC üzerindeki (kare), BA ve AC üzerindekilere (toplamlarına) eşittir. (Bu) varsayıldığı için. Böylece DC üzerindeki kare, BC üzerindeki kareye eşittir. O halde DC kenarı da, BC'ye (kenara) eşittir. Ve DA, AB'ye eşit, ve AC ortak olduğu için DA,AC ikilisi (düz çizgileri) BA,AC ikilisine (düz çizgilerine) eşittir. Ve DC tabanı, BC tabanına eşittir. Böylece DAC açısı, BAC açısına eşittir [Belit 1.8]. Fakat DAC bir dik açıdır. Böylece BAC de bir dik açıdır.

Böylece eğer bir üçgenin bir kenarının üzerindeki kare kalan iki kenarın üzerindeki karelere (toplamına) eşitse, kalan iki kenarın çerçevelediği açı bir dik açıdır. Bu da tam gösterilmesi talep edilen şeydir.